

## Physikalische Gesellschaft zu Berlin

SITZUNG AM 15. MÄRZ 1957

G. DESTRIAU (Fakulté des Sciences de Paris): *Einige neue Aspekte der Elektrolumineszenz- und Elektrophotolumineszenzerscheinungen.*

Der Vortragende gibt eine Übersicht über die verschiedenen Erscheinungen, die beobachtet werden, wenn Leuchtstoffe der Wirkung elektrischer Felder und elektrischer Ströme ausgesetzt werden. Er weist nachdrücklich hin auf die Notwendigkeit einer klaren Trennung der Erscheinungen, die beobachtet werden, wenn die Elektroden im Kontakt mit den Mikrokristallen sind (Ladungsträgerinjektion) und der Erscheinungen, die auftreten, wenn dieser Kontakt nicht besteht (Mikrokristalle eingebettet in das Dielektrikum eines Kondensators).

Darüberhinaus muß unterschieden werden, ob es sich um trockene oder um feuchte Substanzen handelt. Der *Dechêne*-Effekt wird z. B. nie bei vollkommen trockenen Substanzen beobachtet.

Der Vortragende behandelt im besonderen einen neuen Aspekt des Feldverstärkungseffektes. Die Leuchtstoffe, die diesen Effekt zeigen (manganaktivierte Zinksulfide und Zinkkadmiumsulfide, z. T. mit einem Koaktivator) bleiben sensibilisiert, wenn nach Abschalten des Feldes auch die Röntgen-Anregung unterbrochen wird, bevor die normale Emissionsfähigkeit des Leuchtstoffes wieder erreicht wird. Diese Vorsensibilisierung ist dann am stärksten, wenn das elektrische Feld vor dem Ende der vorangehenden Röntgen-Anregung abgeschaltet wird. Es genügt bereits eine sehr schwache

Bestrahlung (einige  $\mu\text{A}$  während  $\chi$  Minuten, um während der Einwirkung des elektrischen Feldes eine merkbare Vorsensibilisierung hervorzurufen. Im Gegensatz dazu zeigt die Untersuchung der Leuchtwellen, daß beim Feldauslöscheffekt ein derartiges „Gedächtnis“ nur in unbedeutendem Ausmaß vorhanden ist.

#### SITZUNG AM 12. APRIL 1957

O. BÖTTGER (II. Phys. Inst. d. Univ. Halle): *Die Anwendungen von Halbleitern zur thermoelektrischen Energieerzeugung.*

Es wird versucht, unter den Halbleitern eine Auswahl zu treffen hinsichtlich ihrer Verwendbarkeit zur technischen Ausnutzung der thermoelektrischen Effekte. Dazu wird der Wirkungsgrad eines Thermoelementes und die max. Temperaturdifferenz eines Peltier-Elementes berechnet. Für beide Größen ist die *Geilingsche* Thermometallzahl der Kombination entscheidend. Im Anschluß hieran wird eine absolute Thermometallzahl definiert, die gestattet, die Güte eines einzelnen Materials zu beurteilen. Es ergibt sich, daß nur bei Verwendung von Halbleitern einer Leitfähigkeit zwischen  $10^2$  und  $3 \cdot 10^3$  Aussicht auf größere Wirkungsgrade besteht. Vergleiche mit anderen, thermodynamischen Betrachtungen bestätigen die Richtigkeit der Überlegungen; nur in dem angegebenen Bereich kann man der thermodynamischen Grenze nahekomen.

Es werden max. Wirkungsgrade für Leistungsthermoelemente angegeben und daraus der Materialbedarf mit Hilfe der Materialeigenschaften abgeschätzt. Eine größere technische Anwendung, besonders in Hinblick auf die Stromerzeugung, scheint wegen des großen Bedarfes an hochgereinigtem Material noch nicht greifbar.



## Fachausschuß „Kernphysik und Kosmische Strahlung“ in Bad Nauheim

Verband Deutscher Physikalischer Gesellschaften

Am 10. und 11. April 1957 veranstaltete der Fachausschuß „Kernphysik und Kosmische Strahlung“ erstmalig in Bad Nauheim eine Fachtagung. Sie ging der Tagung der Physikalischen Gesellschaft Hessen-Mittelrhein-Saar unmittelbar voraus. Am 12. April hielt der Fachausschuß mit der Physikalischen Gesellschaft Hessen-Mittelrhein-Saar vormittags und nachmittags gemeinsame Sitzungen ab. (S. a. den Bericht über die Physikertagung in Bad Nauheim, S. 23). Es wurden die folgenden Vorträge gehalten:

MITTWOCH, DER 10. APRIL 1957

Nachmittag

1. Sitzung

**H. D. JORDAN** (Phys. Inst. d. TH Aachen): *Neutronenbremsung und Neutronendiffusion im Kernreaktor, veranschaulicht an einem Modell.* (Mit Vorführung)

**K. H. BECKURTS, K. H. BÖCKHOFF, M. KÜCHLE, H. SCHLÜTER** und **K. WIRTZ** (MPI f. Phys. Göttingen): *Neutronentemperaturen und Diffusionsdaten in Graphit.* (Voretr. von K. H. Beckurts)

Es werden die Resultate von folgenden Messungen an Graphiten mitgeteilt: (1) Neutronentemperaturen; (2) Wärmeübertragungskoeffizienten zwischen dem Neutronengas und dem Graphitgitter; (3) Transportweglängen für thermische Neutronen; (4) Diffusionslänge verschiedener Graphite.

**K. STELZER** (Inst. f. Kernphys. Frankfurt und Hochspannungslabor. Hechingen): *Aktivierungsstörungen an Indiumsonden bei der Messung thermischer Neutronenflüsse in streuenden Medien.*

Die zur Flußmessung in thermischen Neutronenfeldern verwendeten Sonden wirken als Senke und verursachen in streuenden Medien eine Fluß-

depression, die eine Aktivierungsstörung zur Folge hat. Die Größe dieser Störung wurde für kreisscheibenförmige In-Sonden in Wasser bestimmt, indem Sonden verschiedener Dicke unter gleichen Bedingungen aktiviert, und ihre  $\gamma$ -Aktivität in Funktion ihrer Dicke gemessen wurde. Die Messung der  $\gamma$ -Aktivität erlaubt, den Aktivitätsverlauf mit dem theoretisch ohne Flußdepression zu erwartenden zu vergleichen.

D. EMENDÖRFER (Abt. Reaktorphys. d. Inst. f. Theor. u. Angew. Phys. d. TH Stuttgart): *Berechnung der Transportweglänge thermischer Neutronen in Wasser für verschiedene Neutronentemperaturen.*

Die aus der Diffusionsnäherung der Transportgleichung ( $P_1$ -Approximation) folgende Transportweglänge wird für eine Maxwell-Verteilung der thermischen Neutronen in Wasser für verschiedene Temperaturen berechnet. Das Molekül wird im Energiebereich unterhalb der Rotationsniveaus als Massenpunkt behandelt; bei Stoßenergien groß gegen die Rotationsabstände, aber unterhalb der Schwingungsniveaus betrachten wir es als freidrehbares, starres Molekül nach Sachs und Teller. Die Abhängigkeit des Transportfaktors von der Maxwell-Verteilung des Moderators wird diskutiert.

F. WAGNER (Abt. Reaktorphys. d. TH Stuttgart): *Einfluß eines Neutrons auf die Kettenreaktion (iterated fission probability).*

Ein kugelförmiger homogener Reaktor wird von einer Kugelschale aus mit thermischen Neutronen gezündet; der zeitliche Ablauf der einsetzenden Kettenreaktion wird über ein Eingruppenmodell berechnet. Es wird gezeigt, daß für den stationären Fall die Einflußfunktion gleich der Flußfunktion ist. An einem Beispiel wird die Zeit diskutiert, die vergeht, bis die Zündwelle sich mit einer bestimmten Annäherung an die stationäre Flußfunktion über den gesamten Reaktor ausgebreitet hat.

H. GRÜMM (Abt. Reaktorphys. d. Inst. f. Theor. u. Angew. Phys. d. TH Stuttgart): *Die Einflußfunktion des Reaktors mit Reflektor nach der Zweigruppen-Diffusionsmethode.*

Strengere Fassungen der Reaktorkinetik und der Störungsrechnung benützen die Einflußfunktion, die eine Lösung der adjungierten Reaktorgleichung darstellt. Die Einflußfunktion wird im Rahmen des Zweigruppen-Diffusionsverfahrens in stückweise geschlossener Form ermittelt. Als numerisches Beispiel wird die Einflußfunktion eines kugelförmigen Leichtwasser-Lösungsreaktors gebracht.

DONNERSTAG, DER 11. APRIL 1957

Vormittag

2. Sitzung

J. H. D. JENSEN (Inst. f. Theor. Phys. d. Univ. Heidelberg): *Nichterhaltung der Parität (Auszeichnung eines Schraubensinnes) bei  $\beta$ -Zerfall und  $\pi$ - $\mu$ -e-Umwandlungen.*

H. SCHOPPER (Phys. Inst. d. Univ. Erlangen): *Prüfung der Paritätserhaltung beim  $\beta$ -Zerfall (Messung der zirkularen Polarisation einer folgenden  $\gamma$ -Strahlung).*



H. J. MANG (Inst. f. Theor. Phys. d. Univ. Heidelberg): *Zur Theorie des  $\alpha$ -Zerfalls, insbesondere in der Umgebung von  $^{208}\text{Pb}$ .*

F. BECK (Inst. f. Theor. Phys. d. Univ. München): *Die Brueckner-Methode zur Behandlung der Nukleonenwechselwirkung im Atomkern.*

Das Schalenmodell des Atomkerns vernachlässigt (mit Ausnahme des Pauli-Prinzips) Korrelationen zwischen den einzelnen Nukleonen. Diese Annahme erscheint zweifelhaft im Hinblick auf die starke und kurzreichweitige Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, bekannt aus Streuexperimenten. Auf der anderen Seite hatte das Schalenmodell (zu dem in dem hier gebrauchten Sinn auch kollektives und optisches Modell gehören) großen Erfolg bei der Erklärung verschiedener Kerneigenschaften. Die Brueckner'sche Theorie liefert die mathematische Begründung hierzu, indem sie eine formal konvergente Entwicklung der „wirklichen“ Kernwellenfunktion  $\Psi$  nach den Schalenmodellfunktionen  $\Phi$  angibt. Kernpunkt der Methode ist es, die Wechselwirkung je eines Paares von Nukleonen im Kern exakt zu berücksichtigen. Aus der Streumatrix dieser Paarwechselwirkung läßt sich ein Schalenmodellpotential konstruieren, das für einen gewählten Zustand  $c$  (z. B. Grundzustand) in selbstkonsistenter Weise behandelbar ist. Die so gewonnenen „Modellwellenfunktionen“  $\Phi_c$  liefern bereits das Energiespektrum des Kerns mit großer Genauigkeit. Der Fehler ist mit einem rasch konvergenten Störungsverfahren (linked cluster-Entwicklung) berechenbar. Den Übergang von  $\Phi_c$  zur exakten Funktion  $\Psi_c$  vermittelt eine Entwicklung nach Mehrfachstreuungen, wobei wiederum nur die Zweiteilchenstreuung aller Paare wesentlich ist. Von Bedeutung für die Konvergenz ist die Wirkung des Pauli-Prinzips.  $\Psi_c$  enthält starke Beimengungen angeregter Schalenmodellzustände. Dieses Auftreten hoher Einteilchenimpulse im Kern wird von einer Reihe von Hochenergie-Experimenten wie  $\pi$ -Einfang,  $(\gamma, p)$ -,  $(\gamma, n)$ - und pickup-Reaktionen gefordert.

W. ZICKENDRAHT (Inst. f. Struktur d. Materie d. Univ. Marburg): *Gleichzeitige Coulomb-Anregung von zwei Atomkernen beim Zusammenstoß.*

Bei der Streuung von Kernen an Kernen kann eine gleichzeitige Coulomb-Anregung beider Kerne auftreten. Die Erweiterung der Theorie für einfache Coulomb-Anregung ist mit Hilfe eines Störungsverfahrens zweiter Ordnung in der von Alder und Winther entwickelten halbklassischen Näherung möglich.

H. WEGENER (Phys. Inst. d. Univ. Erlangen): *Goldhabers Compoundtheorie der Hyperonen.*

M. Goldhaber schlug vor, die Hyperonen als Compound eines Nukleons N mit K-Mesonen (strangeness  $-1$ ) aufzufassen. Die Wechselwirkung zwischen dem N, K und  $\pi$ -Feld läßt sich dann durch den folgenden Ansatz beschreiben:

$$L_w = g_1(K|\vec{\tau}_K C_p|K) \cdot \vec{\pi} + g_2(NK|\vec{\tau}_N \vec{\tau}_K|NK) + g_3 j_1(N) \cdot j_1(K)$$

( $\vec{\tau}$  Isospinoperator,  $C_p$  Paritätsaustausch,  $j_1()$  Vierervektor des Teilchenstromes). Dieser Ansatz enthält u. a. den Erhaltungssatz der strangeness (= Zahl der K-Mesonen). Ein auf dieser Wechselwirkung beruhendes Rechenmodell mit unendlich schwerem, endlich ausgedehnten Nukleon (Radius  $a$ ) erlaubt eine Berechnung der Masse  $m(\Xi)$  des  $\Xi$ -Hyperons aus  $m(\Lambda^0)$  und  $m(\Sigma)$ . Vergleicht man den nach diesem Modell berechneten Wirkungsquerschnitt für  $K + N$ -Streuung mit der Erfahrung, so erhält man für den Kernradius den plausiblen Wert  $a = 4,0 \times 10^{-14}$  cm.



3. Sitzung

G. CLAUSNITZER (Phys. Inst. d. Univ. Erlangen): *Atomstrahl-Apparatur zur Erzeugung polarisierter H-Atomkerne.*

Zur Erzeugung polarisierter Protonen wird ein H-Atomstrahl in einem magnetischen Vierpolfeld in vier Komponenten aufgespalten. Zwei davon enthalten Atome mit gleichgerichteten Kernspins. Blendet man eine der Komponenten aus und untersucht sie in einem zweiten Vierpolfeld, so ergibt sich, daß mindestens 80% der ausgeblendeten H-Atome den Polarisationszustand beibehalten (adiabatische Übergänge). Darauf lassen sich Rückschlüsse auf den Polarisationsgrad ziehen.

M. GARDENER, S. KISDNASAMY, A. W. WOLFENDALE (Phys. Departm., Univ. Durham) und E. RÖSSLE (Inst. f. Kernphys. d. Univ. Frankfurt): *Der Conversi-Zähler als Teilchendetektor.* (Vorgetragen von E. Rössle)

Der *Conversi*-Zähler besteht aus einem Stapel edelgasgefüllter Glasröhren ( $\phi \sim 0,6$  cm) in einem Plattenkondensator. Beim Durchgang eines geladenen Teilchens werden in den durchsetzten Röhren Elektronen durch Ionisation frei. Ein starkes elektrisches Feld ( $\sim 10$  kV/cm) — kurz nach dem Durchgang des Teilchens an den Kondensator angelegt — löst in den längs der Teilchenbahn liegenden Röhren sichtbare Gasentladungen aus, die fotografiert werden können.

Der *Conversi*-Zähler vereinigt großes empfindliches Volumen mit relativ gutem räumlichen und zeitlichen Auflösungsvermögen.

J. REMBSER (Inst. f. Angew. Phys. d. Univ. Frankfurt): *Ein Protonenstoßzählrohr spezieller Geometrie für die Energiemessung schneller Neutronen.*

Bei der Aufnahme von Energiespektren schneller Neutronen werden zweckmäßigerweise Stoßprotonen eines begrenzten Winkelintervalls ausgemessen.

Ein Gas- oder Folienzähler zeigt bei achsenparallelem Neutroneneintritt infolge seiner charakteristischen Wand- und Endeffekte nur die zentral gestoßenen Protonen mit voller Energie an, wenn seine Länge groß und sein Durchmesser klein gegenüber den in Frage kommenden Protonenreichweiten ist. Die mathematische Analyse eines langen Gaszählrohres und seiner Randeffekte wird entwickelt. Dabei ergibt sich auch eine Klärung kleinerer Diskrepanzen, die zwischen den Angaben zweier Verfassergruppen (Rossi, Staub sowie Skyrme, Tunncliffe und Ward) über Wand- und Endeffekte im zylindrischen Zähler bestehen.

H. J. STUCKENBERG (Phys. Staatsinst. Hamburg): *Messungen der Elektronenkomponente von Zählrohrimpulsen beim Übergang vom Proportional- in den Auslösebereich.*

Im Proportionalbereich ist der Anteil der Elektronenkomponente am Gesamtimpuls verhältnismäßig klein, da die Lawinen in unmittelbarer Drahtnähe gebildet werden. Man kann zeigen, daß die Elektronenkomponente in diesem Bereich nur mit dem  $\log U$  ( $U$  = Betriebsspannung) ansteigt. Im Auslösebereich ergeben sich bei selbstlöschenden Zählern aus der Messung des Elektronenstroms und der Entladungsbrenndauer wesentlich größere Elektronenanteile. Der Sprung in der Elektronenkomponente beim Übergang vom einen in den anderen Bereich tritt in einem so engen Spannungsintervall auf, daß man hierdurch den Beginn des Auslösebereichs festlegen kann.



K. FIEBIGER und P. KLEINHEINS (Inst. f. Kernphys. d. Univ. Frankfurt und Hochspannungslabor. Hechingen) und G. PRÖSTL (Robert Bosch GmbH, Stuttgart): *Nachweis von Kohlenstoff in der Oberflächenschicht von Metallen durch die Kernreaktion  $^{12}\text{C}(d,n)^{13}\text{N}$ . (Voretr. von P. Kleinheins)*

Mit Hilfe der Kernreaktion  $^{12}\text{C}(d,n)^{13}\text{N}$  lassen sich geringe Kohlenstoffkonzentrationen in der Oberflächenschicht von Metallen quantitativ bestimmen. Wesentlich ist dabei, kohlenstoffhaltige Verunreinigung der Oberfläche, z. B. durch den Niederschlag organischer Dämpfe im Beschleunigungsrohr oder den  $\text{CO}_2$ -Gehalt atmosphärischer Luft zu vermeiden. Mit Hilfe dynamischer Druckstufen nach Schopper und Schumacher war es möglich, einen Deuteronenstrahl von  $\leq 1 \text{ mm } \phi$  großer Flächendichte in eine Bestrahlungskammer eintreten zu lassen, die von kohlenstofffreiem Schutzgas unter Drucken bis zu 760 Torr durchströmt wird. Die erfaßte Schichtdicke beträgt bei 1,5 MeV maximaler Beschleunigungsspannung 1 bis 10  $\mu$ . Es können noch  $10^{-4} \%$  C nachgewiesen werden. Der Fehler der Relativmessung ist 1 bis 2 %.

K. FIEBIGER (Inst. f. Kernphys. d. Univ. Frankfurt und Hochspannungslabor. Hechingen): *Die Bildung von Selbst-Targets bei der  $\text{D}(d,n)^3\text{He}$ -Reaktion und ihr Zusammenhang mit der Wasserstoff-Diffusion in Metallen.*

Die Bildung von Selbsttargets für die Reaktion  $\text{D}(d,n)^3\text{He}$  beim Beschuß von Metallen mit Deuteronen läßt sich in ihrem örtlichen und zeitlichen Verlauf erklären unter der Annahme, daß die am Ende ihrer Reichweite im Metall steckenbleibenden Deuteronen dort eine flächenhafte Quelle bilden, von der aus Diffusion ins Metallgitter stattfindet. Die berechnete Verteilung der Deuteronen im Metall wurde experimentell nachgeprüft. Meßergebnisse werden angegeben: Z. B. ist der Diffusionskoeffizient  $a = a(T)$  in dem Volumen des Metalls, das von den auftretenden Deuteronen durchlaufen wird, um mehrere Zehnerpotenzen größer als im übrigen Metall bei vergleichbarer „makroskopischer“ Temperatur. Auf die Möglichkeit zur Bestimmung des Diffusionskoeffizienten von Deuterium in Metallen ohne Phasengrenzreaktion wird hingewiesen.

K. H. LAUTERJUNG und W. GRUHLE (Inst. f. Phys. im MPI f. Med. Forsch. Heidelberg): *Ein Gerät zum Sichtbarmachen der Verteilung radioaktiver Stoffe. (Voretr. von K. H. Lauterjung)*

U. JANSSEN und W. POHLIT (MPI f. Biophys. Frankfurt): *Ein Strahlenschutz-Meßgerät für schnelle Neutronen. (Voretr. von U. Janssen)*

Für Strahlenschutzmessungen an kernphysikalischen Anlagen wie Reaktoren und Beschleunigungsapparaten werden Meßgeräte benötigt, die die einzelnen Strahlenarten (Gammastrahlung und Neutronen) unabhängig von einander quantitativ messen, da sie verschiedene relative biologische Wirksamkeit besitzen. Es wird eine Ionisationskammer beschrieben, mit der die Gewebsdosis für schnelle Neutronen gemessen werden kann. Durch eine konzentrisch dazu angeordnete zweite Ionisationskammer wird der Gamma-Ionisationsstrom kompensiert, wobei die Kompensation durch ein elektrisches Gitter gesteuert wird. In Verbindung mit einem Meßverstärker reicht die Empfindlichkeit aus, um auch unterhalb der Toleranzdosisleistung zu messen.

W. GROTH, E. NANN und K. H. WELGE (Inst. f. Phys. Chemie d. Univ. Bonn): *Neuere Ergebnisse zur Anreicherung der Uran-Isotope nach dem Gaszentrifugenverfahren. (Voretr. von K. H. Welge)*

Es wird über weitere Versuche zur Anreicherung der Uranisotope in einer von K. Beyerle konstruierten thermisch gesteuerten Gegenstromzen-



trifuge berichtet. Zunächst wurde die Abhängigkeit der statischen Anreicherung (ohne Durchsatz) von der Umfangsgeschwindigkeit und vom achsialen Temperaturgradienten bestimmt. Für die Multiplikation des Primäreffektes ergab sich eine optimale Temperaturdifferenz zwischen oberem und unterem Deckel. Der Multiplikationsfaktor

$$K = \ln A_{\text{opt}} / \ln a_0$$

( $A_{\text{opt}}$  = optimale Anreicherung;  $a_0$  = primärer radialer Trennfaktor) wurde in Übereinstimmung mit den theoretischen Überlegungen von Martin und Kuhn [H. Martin und W. Kuhn, Z. PHYS. CHEM. A 189, 219, 1940] zu  $K = L/2r_a$  gefunden ( $L$  lichte Länge,  $r_a$  lichter Radius des Zentrifugenrotors). Die Abhängigkeit des Trennfaktors vom Gesamtdurchsatz  $\partial G/\partial t$  wurde sowohl direkt, als auch aus der Einstellgeschwindigkeit des Konzentrationsgleichgewichts bei  $\partial G/\partial t = 0$  unter Variation der Umfangsgeschwindigkeit und der Füllung des Zentrifugenrotors bestimmt. Aus ihr läßt sich das nach Cohen durch

$$\delta U = \frac{\partial G}{\partial t} \frac{(C_L - 1)^2}{2} \quad (\text{für } C_L - 1 \ll 1)$$

( $C_L$ -Anreicherung der leichten Fraktion gegenüber dem Ausgangsgemisch) definierte Trennpotential berechnen; das gemessene maximale Trennvermögen beträgt etwa 75% des theoretischen Wertes.

Mit Hilfe des Trennpotentials lassen sich Angaben über die Wirtschaftlichkeit des Zentrifugenverfahrens machen. Die spezifische Investierung und der spezifische elektrische Aufwand sind in erster Näherung umgekehrt proportional zu  $\delta \cdot L$  ( $\delta = \Delta M \omega^2 r_a^2 / 2RT$ ), sodaß sie sich durch Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit und Vergrößerung der Länge der Zentrifugenrotoren beliebig klein machen lassen.

W. HERZOG und A. KLEMM (MPI f. Chem., Mainz): *Isotopen-Anreicherung beim Chlor durch Ionenwanderung in geschmolzenem Thallium(I)-chlorid.* (Vorgetr. von W. Herzog)

Durch Ionenwanderung in geschmolzenem  $\text{TlCl}$ , in dem der Beweglichkeitsunterschied der Cl-Isotope besonders groß ist, wird innerhalb von 26 Tagen  $^{35}\text{Cl}$  mit einem Trennfaktor 20 angereichert. ( $^{35}\text{Cl}$ -Gehalt 98,4%).

Messungen bei verschiedenen Temperaturen zwischen 530 und 730 °C zeigen, daß der Unterschied der Beweglichkeiten der Cl-Isotope in  $\text{TlCl}$  um 18% pro 100 °C abnimmt.

Die Isotopenhäufigkeiten der angereicherten Proben wurden sowohl radiometrisch durch Neutronenaktivierung als auch massenspektrometrisch an  $\text{CH}_3\text{Cl}$  bestimmt.

A. KLEMM und E. U. MONSE (MPI f. Chem., Mainz): *Die Beweglichkeit von  $^6\text{Li}$ ,  $^7\text{Li}$  und Pb in geschmolzenen  $\text{LiCl}$ — $\text{PbCl}_2$ -Gemischen.* (Vorgetr. von E. U. Monse)

Die Bestimmung der Beweglichkeiten von Li und Pb erfolgt durch Beobachtung der wandernden Grenzen zwischen  $\text{LiCl}$ — $\text{PbCl}_2$ -Mischungen und den reinen Salzen bei Stromdurchgang.

Die Differenz der Beweglichkeiten von  $^6\text{Li}$  und  $^7\text{Li}$  wird aus der Isotopenanalyse des in der Mischung enthaltenen Lithiums nach Stromdurchgang ermittelt.

Die Beweglichkeit der Li-Atome besitzt bei 32 Molprozent  $\text{LiCl}$  ein Minimum, desgleichen die Differenz der Isotopenbeweglichkeiten, welche bei 10 Molprozenten nahezu den zweifachen Wert gegenüber dem Wert im reinen  $\text{LiCl}$  erreicht. Die Beweglichkeit der Pb-Atome steigt monoton mit zunehmender Li-Konzentration.



## Physikertagung in Bad Nauheim

### Physikalische Gesellschaft Hessen-Mittelrhein-Saar

Vom 12. bis 14. April 1957 hielt die Physikalische Gesellschaft Hessen-Mittelrhein-Saar ihre diesjährige Tagung ab. Der erste Tag war eine gemeinsame Veranstaltung mit dem Fachausschuß „Kernphysik und kosmische Strahlung“ im Verband Deutscher Physikalischer Gesellschaften e. V., dessen (erstmalige) Tagung bereits am 10. April in Bad Nauheim begonnen hatte. Am 13. April fand eine Parallelsitzung mit Fortbildungsvorträgen für die Physiklehrkräfte der höheren Schulen statt. Die Zusammenstellung des wissenschaftlichen Programms lag in den Händen von Herrn *Hanle*. Es wurden 44 Vorträge gehalten, 9 davon waren zusammenfassende Referate. Das Programm der Lehrertagung enthielt 6 Vorträge.

Der Vorsitzende, Herr *Mattauch*, eröffnete die Tagung und begrüßte die Teilnehmer (deren Zahl etwa 520 betrug), insbesondere den Vertreter der französischen Botschaft, M. Dr. Ad. *Lutz*, den Bürgermeister *Geissler* von Bad Nauheim und den Kurdirektor Dr. *Montenbruck*, die Kollegen aus der Deutschen Demokratischen Republik und die Physiker des Saarlandes, das seit dieser Tagung zum Bereich der Gesellschaft gehört. Herr *Mattauch* dankte den ausländischen Vortragenden, den Herren *Neel* (Grenoble), *Nikitine* (Straßburg) und *Thirion* (Saclay, Paris), daß sie der Einladung, einen zusammenfassenden Vortrag zu halten, gefolgt waren und die Reise nicht gescheut haben.

Herr *Mattauch* erwähnte das zehnjährige Bestehen der Gesellschaft seit der Wiedergründung nach dem Kriege. An dieser hatte unser Ehrenmitglied Herr *E. Madelung*, der auf der Tagung anwesend war, wesentlichen Anteil.

Herr *Mattauch* begrüßte auch die Teilnehmer der Fachausschußtagung „Kernphysik und kosmische Strahlung“, die der Physikertagung ein gewisses Gepräge gab. In Bezug auf die Kernphysik erwähnte Herr *Mattauch*, daß *Aston* schon mehrere Jahre vor der Entdeckung der Uranspaltung die Bedeutung der Nutzbarmachung der Kernenergie für die Menschheit erkannt habe und schon er es für unmöglich gehalten habe, die Entwicklung zu hemmen. So sehr auch die Kernphysiker eine kriegerische Anwendung verabscheuen, so würden sie sich doch mit aller Energie für die friedliche Entwicklung einsetzen wollen. Selbst die mehr technischen Anwendungen treten bei dem forschenden Kernphysiker in den Hintergrund, wenn es sich um eine neue Erkenntnis handelt, wie z. B. die, daß man den Marsbewohner zeigen könne, was rechts und was links ist, wie sich kürzlich durch die Entdeckung der Nichterhaltung der Parität herausstellte.

Herr *Walcher* ging auf die finanzielle Unterstützung der Kernforschung ein. Erst in letzter Zeit sei da etwas mehr geschehen durch das Schwerpunktsprogramm der Universitäten und durch Unterstützungen seitens des Atomministeriums. Es sei von größerem Erfolg, wenn man die Dotierung der Forschung von Grund auf plane und nicht von den unzureichenden Etats der Institute aus der Zeit vor dem ersten Weltkriege ausgehe. Die friedliche Forschung großzügig zu unterstützen, bringe die meisten Früchte ein.

Unter dem Vorsitz der Herren *Eckart*, *Ewald*, *Hanle*, *Hintenberger*, *Kulenkampff*, *Kunze*, *Madelung*, *Vogt*, *Wolter* fanden die Vortragsitzungen statt.

Am Samstag, 13. 4. 1957, eröffnete Herr *Hahn* die Fortbildungstagung für die Physikerlehrkräfte der höheren Schulen, an der etwa 110 Personen teilnahmen. Herr *Hahn* sagte, daß die Physikalische Gesellschaft durch diese Sonderveranstaltung das Interesse der Schulphysiker an der Physikertagung steigern wolle, da es ein Hauptanliegen der Gesellschaft sei, für guten Nachwuchs zu sorgen. Eine Unterrichtung der Lehrer über die Entwicklung des Fachgebietes sei daher in beiderseitigem Interesse. Er hoffe, daß in der kommenden Zeit die Schulphysiker neben den Industrie- und Hochschulphysikern in immer größerer Zahl an der Physikertagung teilnehmen werden, nachdem diesmal ein guter Anfang gemacht sei.

Auf der Mitgliederversammlung am 13. April 1957, bei der 85 Mitglieder zugegen waren, wurde einstimmig die Namenserverweiterung der Gesellschaft in Hessen-Mittelrhein-Saar beschlossen, ebenso die damit zusammenhängenden Satzungsänderungen. Herr *Mattauch* begrüßte bei dieser Gelegenheit Herrn Professor *Eckart* als Vertreter des Kultusministeriums und der Universität des Saarlandes.

Es wurden gewählt: Herr M. *Czerny* (Frankfurt/Main) in den Vorstand, als neuer Beisitzer von der Universität Frankfurt/Main; Herr E. *Schott* (Mainz) als vierter Vertreter der Gesellschaft im Vorstandsrat der Verbandes; Herr K. *Weiss* (Bad Kreuznach) als neuer Kassenprüfer. Alle Wahlen erfolgten einstimmig.

Es wurden die Namen von 41 neuen Mitgliedern verlesen, außerdem liegen aber noch 55 Neuanmeldungen vor. Mit diesen beläuft sich die Zahl der Mitglieder auf 621.

N. Neuroth, Mainz



## Vormittag

*Gemeinsame Sitzungen der Physikalischen Gesellschaft Hessen-Mittelrhein-Saar und des FA Kernphysik und Kosmische Strahlung*

L. NEEL (Labor. d'électrost. et de phys. du métal, univ. de Grenoble): *Résultats récents dans le domaine du ferrimagnétisme.*

J. THIRION (Centre d'études nucl. de Saclay, Gif-sur-Yvette, Paris): *Recent experiments using the accelerators (Van de Graaff and Cyclotron) at Saclay.*

E. SCHOPPER (Inst. f. Kernphys. d. Univ. Frankfurt): *Inelastische Streuung von Neutronen.*

## Nachmittag

P. BRIX (Erstes Phys. Inst. d. Univ. Heidelberg): *Kernphotoeffekte an leichten Kernen.*

F. BERTHOLD und L. HOFFMANN (MPI f. Chem., Mainz): *Kernphotoreaktionen am Stickstoff und Compound-Kern-Bildung.* (Voretr. von F. Berthold)

Es wurde das Verhältnis  $\sigma(\gamma, p)/\sigma(\gamma, n)$  an  $^{14}\text{N}$  mit der  $\text{Li}(p, \gamma)$ -Strahlung gemessen. Die Protonen wurden mit Kernphotoplaten, die Neutronen durch Messung der Restaktivität nachgewiesen. Ebenso wurde das Verhältnis  $\sigma(\alpha, p)/\sigma(\alpha, n)$  für  $^{10}\text{B}$  in einer 96% angereicherten B-Target bestimmt. Die Q-Werte der Reaktionen liegen so, daß der „Zwischenkern“  $^{14}\text{N}^*$  für alle vier Reaktionen etwa gleich hoch angeregt wäre. Könnte man durch beide Reaktionen den gleichen Compoundzustand herstellen, so wären definitionsgemäß das Verzweigungsverhältnis sowie die Energie- und Winkelverteilung der emittierten Teilchen unabhängig von der Art seiner Entstehung.

Zwar ist die Herstellung des gleichen Compoundzustandes nicht realisierbar, doch dürfte z. B. das Verzweigungsverhältnis schon deshalb nicht stark von individuellen Niveaueigenschaften abhängen, weil die Restkerne  $^{13}\text{C}$  und  $^{13}\text{N}$  Spiegelkerne sind.

Die Ergebnisse sind:

$$\frac{\sigma\{^{14}\text{N}(\gamma, p)^{13}\text{C}\}}{\sigma\{^{14}\text{N}(\gamma, n)^{13}\text{N}\}} = 5,8 \pm 1,4; \quad \frac{\sigma\{^{10}\text{B}(\alpha, p)^{13}\text{C}\}}{\sigma\{^{10}\text{B}(\alpha, n)^{13}\text{N}\}} = 3,2 \pm 0,3$$

Für die Bestimmung von  $\sigma(\gamma, p)$  wurde ein Protonenspektrum mit 50% Grundzustandsübergängen angenommen, gemäß einer indirekten Ermittlung von I. F. Wright et al. [PROC. PHYS. SOC. A 69, 77, 1956].

Dagegen konnten bei der Reaktion  $^{10}\text{B}(\alpha, p)^{13}\text{C}$  16% Grundzustandsübergänge gemessen werden, also ein kleinerer Anteil energiereicher Protonen. Unter Zugrundelegung des Protonenspektrums aus der  $(\alpha, p)$ -Reaktion würde sich der Wert von  $\sigma(\gamma, p)$  um den Faktor 1,43 erhöhen.

In beiden Fällen weist das Ergebnis auf Direktprozesse hin.

H. DANIEL (Inst. f. Phys. im MPI f. Med. Forsch., Heidelberg): *Zum Zerfall von  $^{65}\text{Ga}$ . Teil I: Halbwertszeit und  $\beta$ -Spektrum.*

Das  $\beta$ -Spektrum von  $^{65}\text{Ga}$  ( $15,2 \pm 0,2$  min) wurde mit einem magnetischen Doppellinsenspektrometer untersucht. Es wurden  $\beta$ -Gruppen von  $2,237 \pm 0,015$  MeV,  $2,113 \pm 0,020$  MeV,  $1,39 \pm 0,04$  MeV und  $0,82 \pm 0,08$  MeV sowie Konversionselektronen einer  $\gamma$ -Strahlung von  $53,0 \pm 0,6$  keV gemessen.

TH. MAYER-KUCKUK (Inst. f. Phys. im MPI f. Med. Forsch. Heidelberg): *Zum Zerfall von  $^{65}\text{Ga}$ . Teil II:  $\gamma$ -Spektrum und Koinzidenzmessungen.*

Im  $\gamma$ -Spektrum von  $^{65}\text{Ga}$  wurden mit einem Szintillationsspektrometer Linien von  $118 \pm 3$  keV,  $738 \pm 6$  keV,  $906 \pm 8$  keV,  $1378 \pm 30$  keV und  $1858 \pm 30$  keV gefunden. Ferner wurden Koinzidenzmessungen mit zwei Szintillationszählern ausgeführt. Ein vorläufiges Zerfallschema wird angegeben.

U. TIMM (Phys. Staatsinst. Hamburg): *Winkelverteilung und Wirkungsquerschnitt der Reaktion  $^7\text{Li}(p,\alpha)\alpha$  unterhalb 600 keV.*

Messungen an der Reaktion  $^7\text{Li}(p,\alpha)\alpha$  mit der Kernplattenmethode führten zu dem Ergebnis, daß in dem bisher nur oberflächlich untersuchten Energiegebiet zwischen 300 und 500 keV drei Resonanzen liegen, die sich als schmale peaks im Wirkungsquerschnitt ausprägen. Die Winkelverteilung hat aus theoretischen Gründen die Form

$$N(\Theta) = N(90) [1 + A(E)\cos^2\Theta + B(E)\cos^4\Theta],$$

ohne Glieder mit ungeraden Potenzen in  $\cos\Theta$  ( $E$  = Protonenenergie). Der Verlauf der gemessenen Kurven  $A(E)$  und  $B(E)$  zeigt übereinstimmend mit dem Wirkungsquerschnitt Maxima oder Minima an den Resonanzstellen. Die Deutung des Zusammenhanges zwischen Winkelverteilung und Wirkungsquerschnitt muß jedoch einer eingehenden theoretischen Untersuchung überlassen bleiben. Die geringe Breite der Resonanzen,  $\approx 50$  keV, könnte durch einen verbotenen Übergang des isobaren Spins im Zwischenkern  $^6\text{Be}$  von  $T = 1$  nach  $T = 0$  erklärt werden.

H. J. BEHREND und H. NEUERT (Phys. Staatsinst. Hamburg): *Neuere Messungen der Winkelkorrelation der 208/113 keV  $\gamma,\gamma$ -Kaskade des  $^{177}\text{Hf}$ . (Vorgetr. von H. J. Behrend)*

Die genannte  $\gamma,\gamma$ -Kaskade des  $^{177}\text{Hf}$  wurde mit einer verbesserten Szintillationszählerapparatur an einem Präparat in wässriger Lösung gemessen. Dabei ergab sich eine gegenüber der mit der gleichen Apparatur am festen Oxyd bestimmten Korrelation geänderte Korrelation. Die für das gelöste Präparat gefundenen Koeffizienten sind:  $A_2 = -0,1831 \pm 0,0043$  und  $A_4 = 0,0220 \pm 0,0054$ .

Dem bisher angenommenen Zerfallsschema lag die im Oxyd gemessene, offensichtlich abgeschwächte Korrelation zugrunde. Das Zerfallsschema wird daher erneut diskutiert.

U. CAPPELLER und R. KLINGELHÖFER (Phys. Inst. d. Univ. Marburg): *Winkelkorrelationen beim Zerfall von  $^{169}\text{Yb}$ . (Vorgetr. von R. Klingelhöfer)*

Der Zerfall des  $^{169}\text{Yb}_{70}$  ist in den letzten Jahren mehrfach untersucht worden. Das auf Grund dieser Untersuchungen vorgeschlagene Termschema des Folgekerns  $^{169}\text{Tm}_{69}$  stützt sich wesentlich auf die Beobachtung zweier  $\gamma\text{-}\gamma$ -Kaskaden (199 keV — 110 keV und 178 keV — 131 keV), deren Einzelkomponenten im  $\gamma$ -Spektrum des  $^{169}\text{Tm}$  besonders intensiv hervortreten. Den an den Kaskaden beteiligten Niveaus (8 keV, 118 keV, 139 keV und



317 keV) können in Anlehnung an das Kollektivmodell von Bohr-Mottelson und gestützt auf die gemessenen Konversionskoeffizienten der  $\gamma$ -Linien Drehimpuls- und Paritätswerte zugeordnet werden. Zur Prüfung dieser Drehimpulszuordnung wurden die Winkelkorrelationen der 199/110 keV-Kaskade und der 178/131 keV-Kaskade mit zwei in Koinzidenz geschalteten Einkanal-Szintillationsspektrometern gemessen. Die Messungen sind dadurch erschwert, daß die Linienpaare bei 110 keV—131 keV und 178 keV—199 keV durch ein Szintillationsspektrometer nicht aufgelöst werden können. Durch ein besonderes Meßverfahren gelingt es trotzdem, die Winkelkorrelationen der beiden  $\gamma$ - $\gamma$ -Kaskaden unabhängig voneinander zu beobachten. Als Ergebnis dieser Messungen liegen nunmehr eindeutige Angaben über die Anisotropien der beiden Winkelkorrelationen vor. Die gemessenen Anisotropiewerte bestätigen die von anderen Autoren vorgeschlagene Drehimpulszuordnung im Termschema des  $^{169}\text{Tm}$ ; außerdem können den Messungen noch Hinweise über den Mischungscharakter der Multipolanteile der  $\gamma$ -Übergänge entnommen werden.

M. TUTTER (Inst. f. Phys. im MPI f. Med. Forsch. Heidelberg): *Lebensdauer an RaC'*.

Die mittlere Lebensdauer des 1,416 MeV-Niveaus von RaC' wurde mittels der Methode der verzögerten Koinzidenzen zu  $(2,3 \pm 1,9) \times 10^{-10}$  s bestimmt. Zur Messung wurden die von dem Niveau ausgehenden weitreichenden  $\alpha$ -Teilchen verwendet.

B. DUELLI und L. HOFFMANN (MPI f. Chem. Mainz): *Kernresonanzfluoreszenz an  $^{16}\text{O}$ . (Vorgetr. von B. Duelli)*

Die Reaktion  $^{19}\text{F}(p,\alpha\gamma) ^{16}\text{O}$  erzeugt  $\gamma$ -Strahlung durch direkte Übergänge von den Zuständen 7,12 MeV ( $1^-$ ), 6,91 MeV ( $2^+$ ), 6,14 MeV ( $3^-$ ) zum Grundzustand ( $0^+$ ) des  $^{16}\text{O}$  Kerns. Infolge des  $^{16}\text{O}$ -Rückstoßes, hervorgerufen durch die vorangehende  $\alpha$ -Emission, findet eine Doppler-Verschiebung der  $\gamma$ -Linien statt. Die Breite der Doppler-Verteilung ist abhängig von der Rückstoßenergie, der Abbremszeit von  $^{16}\text{O}^*$  in der Target und der Lebensdauer des angeregten Zustandes; die Form dagegen von der  $(p,\alpha)$ - und  $(\gamma,\alpha)$ -Winkelverteilung. Neben dem Doppler-Effekt tritt ein Verlust in der  $\gamma$ -Energie auf, und zwar infolge des Rückstoßes bei der  $\gamma$ -Emission am Targetkern sowie durch Stoß beim Auftreffen des  $\gamma$ -Quants auf den Streukern. Resonanzfluoreszenz kann also dann erwartet werden, wenn die Verluste durch den Doppler-Effekt kompensiert werden.

Es wurde ein Resonanzeffekt gefunden und das Spektrum mit einem Einkanalsszintillationsspektrometer [NaJ(Tl)-Kristall] gemessen. Der 6,14-MeV-Zustand zeigte erwartungsgemäß keinen Effekt. Die Doppler-Verteilung für die 6,91 und 7,12 MeV-Linien wurde unter Verwendung der  $(p,\alpha)$ - und  $(\alpha,\gamma)$ -Winkelverteilungen [Seed, French, PHYS. REV. 88, 1007, 1952] berechnet. Hieraus, und aus den Wirkungsquerschnitten können für die 6,91 und 7,12 MeV-Zustände untere Grenzen für  $\tau$  angegeben werden. Bei Vergleich mit Angaben von Devons u. a. ist eine Eingrenzung der mittleren Lebensdauern möglich:

$$0,5 \times 10^{-14} \text{ s} < \tau_{7,1} (< 0,8 \times 10^{-14} \text{ s nach Devons,} \\ \text{[PROC. PHYS. SOC. A 68, 18, 1955]})$$

$$1,1 \times 10^{-14} \text{ s} < \tau_{6,9} (< 2,5 \times 10^{-14} \text{ s nach Devons,} \\ \text{[PROC. PHYS. SOC. A 69, 175, 1956]}).$$

Als Targetmaterial diente  $\text{CaF}_2$  bzw.  $\text{PbF}_2$ . Der Streukörper bestand aus  $\text{H}_2\text{O}$ .

K.-W. HOFFMANN (Zweites Phys. Inst. d. Univ. Göttingen): *Die Messung des Konversionskoeffizienten von  $^{114}\text{In}$  mit Hilfe eines Anthracen-Spaltkristall-Spektrometers.*

Es werden Aufbau und Anwendungsmöglichkeiten eines Szintillations-Zählers beschrieben, bei dem das zu untersuchende Präparat zwischen die beiden Hälften eines Anthracenkristalles gebracht werden kann. In dieser Anordnung erweist sich die Lichtausbeute des Anthracens als linear abhängig von der Energie der eingestrahlten Elektronen, wie durch Messung des  $\beta$ -Spektrums von  $^{35}\text{S}$  bis herab zu Energien von 20 keV festgestellt werden konnte.

Die Meßanordnung wurde zur Bestimmung des totalen Konversionskoeffizienten  $\alpha$  und zur Abschätzung des K/L-Verhältnisses des Isomeren-Überganges beim  $^{114}\text{In}$  benutzt. Die gefundenen Werte sind mit

$$\alpha = 4,3 \pm 0,4 \text{ bzw. } K/L = 2,0 \pm 0,6$$

in guter Übereinstimmung mit früheren Messungen und führen wie diese zu der Annahme eines E4-Überganges.

K. RISCH (Zweites Phys. Inst. d. Univ. Göttingen): *Das L- und M-Auger-Spektrum von  $^{212}\text{Pb}$  und Folgeprodukten.*

Das Elektronen-Spektrum von  $^{212}\text{Pb}$  und Folgeprodukten wird mit einem Linsenspektrometer im Energiebereich von 1 bis 15 keV ausgemessen. Die Linien des L-Auger-Spektrums zwischen 5 und 15 keV werden auf Grund ihrer Energie und Intensität zugeordnet. Die Auger-Ausbeuten der L-Unterschalen werden als Mittelwert für die Elemente 81 und 83 angegeben. Die Ablösarbeit für die einfach ionisierte L-Schale wird ermittelt. Für den Teil des M-Auger-Spektrums, der zwischen 1,5 und 4 keV liegt, werden Intensitäten bestimmt.

H.J. LANGMANN (Zweites Phys. Inst. d. Univ. Heidelberg): *Die Z-Abhängigkeit der Brems-Strahlung von Elektronen mit 14,7 MeV Energie.*

Mit Elektronen von 14,7 MeV wurde der relative Wirkungsquerschnitt für die Bremsstrahlerzeugung am energiereichen Ende des Spektrums bei Au, Ta und Ag untersucht. Es konnten keine Abweichungen von der von Bethe und Heitler mittels der Bornschen Näherung aufgestellten Theorie gefunden werden, die größer waren als 2% bei einem statist. Meßfehler von  $\pm 1,5\%$ . Damit wurden frühere Messungen von Lanzl und Hanson bei 16,93 MeV bestätigt.

W. BÜHRING (Zweites Phys. Inst. d. Univ. Heidelberg): *Anregung der Röntgen-K-Strahlung von Ni, Cu und Mo durch  $^{210}\text{Po}$ - $\alpha$ -Teilchen.*

Mit einem Proportionalzählrohr wurde die Anregung der Röntgen-K-Strahlung von Ni, Cu und Mo durch  $^{210}\text{Po}$ - $\alpha$ -Teilchen untersucht. Die Energie E der  $\alpha$ -Teilchen wurde durch Bremsung in Stickstoff variiert. Die Anregungsfunktionen lassen sich darstellen durch

$$I(E) \sim E^n$$

mit  $n = 4,8$  für Ni,  $n = 4,8$  für Cu und  $n = 5,3$  für Mo. Die Absolutwerte für 5,3 MeV sind bzw. 18,7, 14,8 und  $0,61 \times 10^{-4}$  ( $\pm 15\%$ ) Quanten pro  $\alpha$  Teilchen. Sie liegen niedriger als die theoretischen Werte nach Henneberg.



SAMSTAG, DER 13. APRIL 1957

Vormittag

Zusammenfassende Vorträge

S. NIKITINE (Universität Strasbourg): *Excitonen*.

Die Eigenabsorption der reinen Kristalle ist von der Größenordnung  $10^5 \text{ cm}^{-1}$ . Die wesentlichen Eigenschaften der Absorption können ferner meistens nur bei sehr tiefen Temperaturen untersucht werden. Deswegen ist die Spektroskopie des festen Zustandes noch sehr wenig bekannt.

Die Untersuchungen, die im Laboratorium des Verfassers seit 1953 durchgeführt worden sind, zeigen, daß die Absorptionsspektren der Ionenkristalle im allgemeinen aus Serien von schmalen (oft sehr schmalen) Linien bestehen, die gegen ein Kontinuum konvergieren. Die Gesetzmäßigkeit in den Serien hat nicht immer einen wasserstoffähnlichen Charakter. Diese Struktur des Absorptionsspektrums ist offenbar im Zusammenhang mit Excitonbildung. Die folgenden Kristalle wurden untersucht:  $\text{Cu}_2\text{O}$ ,  $\text{HgI}_2$ ,  $\text{PbI}_2$ ,  $\text{CuI}$ ,  $\text{CuBr}$ ,  $\text{CuCl}$ ,  $\text{TlI}$ ,  $\text{TlBr}$ ,  $\text{TlCl}$ ,  $\text{CdS}$ ,  $\text{CdI}_2$ , usw. Es läßt sich somit beweisen, daß die Excitonenspektren eine sehr allgemeine Eigenschaft der Kristalle sein müssen.

Einige interessante Eigenschaften der Excitonenspektren wurden festgestellt. Einige Excitonenzlinien z. B. diejenigen, die Übergängen zu mittelgroßen Bohrschen Bahnen entsprechen, haben eine wenig reproduzierbare Stärke, obwohl die Wellenlänge sehr gut definiert ist [„Raies sensibles“]. Es wird vorgeschlagen, diese Eigenschaft mit der Korngröße der aufgedampften dünnen Schichten in Zusammenhang zu bringen. Dadurch könnten die „Raies sensibles“ zu sehr empfindlichen Erscheinungen zur Untersuchung der Kornstruktur der Sicht oder der Ordnungsschwankungen im Kristall werden.

Andererseits, bei sehr dünnen Schichten ( $0,05\mu$ ) verschwinden das Kontinuum und die Exciton-Linien. Im Absorptionsspektrum bleiben nur noch wenige (zwei oder drei) Linien [„Raies ultimes“], die zirka 100mal stärker sind als das Kontinuum und die Exciton-Linien. Die Deutung dieser Linien bietet große Schwierigkeiten. Es scheint aber plausibel, anzunehmen, daß die „Raies ultimes“ mit Oberflächenniveaus verbunden sein könnten.

Die Reflexionsspektren an den untersuchten Kristallen sind auch sehr charakteristisch. Man beobachtet in der Nähe der „Raies ultimes“ Reststrahlen, die von der kurzwelligen Seite durch eine sehr scharfe Reflexionslücke [„Rayons manquants“] begrenzt sind.

Ferner tritt noch Linien-Lumineszenz in der Nähe der Absorptions-Linien vor; diese Lumineszenz steht offenbar mit den Exciton-Linien in Zusammenhang. Diese Untersuchungen sind in zahlreichen Mitteilungen in *Comptes Rendus* und *Journal de Physique* veröffentlicht, in denen auch die übrige Bibliographie angegeben ist.

H. SCHARDIN (Weil a/Rh.): *Neuere Verfahren der Kurzzeitmeßtechnik*.

Nachmittag

Einzelvorträge

J. FLEGENHEIMER (C.N.E.A. Buenos Aires) und D. GEITHOFF (Arbeitsgruppe für Radiochemie, Mainz): *Über die Bestimmung der Massenzahlen des 18- und 4,5-min.-Technetiums und ein neues kurzlebige Tc-Isotop (103)*. (Vorgetr. von D. Geithoff)

Zur Bestimmung der Massenzahlen der Tc-Isotope von 3,8- bzw. 18 min. Halbwertszeit wurden Kernreaktionen mit getrennten Ru-Isotopen ( $^{104}\text{Ru}$

und  $^{102}\text{Ru}$  der Stable Isotope Division, Oak Ridge) durchgeführt. Die Ru-Isotope wurden mit schnellen Neutronen (26 MeV Deuteronen auf Be-Target) bestrahlt und in den Abfallskurven die Perioden von 4,5- und 18 min. gefunden.

Weiter wurden die  $\gamma$ -Spektren der bestrahlten Ru-Isotope aufgenommen und  $\gamma$ -Linien gefunden, deren Energien den bereits auf andere Weise bestimmten untersten Anregungszuständen der Kerne  $^{102}\text{Ru}$  und  $^{104}\text{Ru}$  entsprechen.

Die Neutronenbestrahlung des  $^{104}\text{Ru}$  führte außerdem zu einem bisher unbekannten Nuklid von der Halbwertszeit 1,5 min., für dessen Massenzahl 103 vorgeschlagen wird.

**F. BAUMGÄRTNER** (Labor. f. Techn. Phys. d. TH München), **A. PLATON-BEDMAR** (Junta de Energia Nuclear, Madrid) und **J. WEIHER** (Iowa State College, Ames, USA), als Gäste der Arbeitsgruppe für Radiochemie, Mainz: *Über einen neuen u-g-Kern des Rhodiums.* (Vorgetr. von F. Baumgärtner)

Nach der Spaltung von Uran mit 26 MeV-Deuteronen wurde eine schnelle Abtrennung des Spalt-Rhodiums von Uran und den übrigen Spaltprodukten durchgeführt und neben den bisher bekannten Aktivitäten auch eine Halbwertszeit von ca. 8 Minuten beobachtet, deren Betaenergie aus der  $\text{Al}^{27}$ -Absorptionskurve zu 2,9 bis 3,2 MeV bestimmt wurde. Da aus dem Spalt-rhodium, entsprechend der 8 min. Halbwertszeit in angemessenen Zeitabständen Pd abgetrennt und darin eine Nachbildung der 0,95 MeV-Betaaktivität des bekannten  $^{109}\text{Pd}$  nachgewiesen werden konnte, ist es sehr wahrscheinlich, daß es sich bei dem 8-Minuten-Isotop mit ca. 3 MeV maximaler Betaenergie um das bisher noch unbekannte  $^{109}\text{Rh}$  handelt.

**B. RAJEWSKY** (MPI f. Biophys. Frankfurt a. M.): *Zur natürlichen Radioaktivität des menschlichen Körpers.*

Es wird berichtet über die Ergebnisse von Untersuchungen und Messungen, die zusammen mit **H. Muth**, **A. Schraub**, **H.-J. Hantke**, **K. Aurand** und **H. Lang** am Max-Planck-Institut für Biophysik in Frankfurt a. M. durchgeführt wurden.

Die gesamte natürliche Strahlenbelastung aller Lebewesen setzt sich zusammen aus einer äußeren (kosmischen Strahlung und Umgebungsstrahlung) und einer inneren (im Organismus vorhandene radioaktive Substanzen) Strahlenbelastung. Der normale Gehalt an Radium im menschlichen Körper gewinnt dabei besonderes Interesse, da sich diese radioaktive Substanz als langlebiger  $\alpha$ -Strahler im Knochen selektiv ablagert. Mit speziell hierzu entwickelten Meßanordnungen wurde der natürliche Radiumgehalt des Menschen an Proben von Krematoriumsaschen und an Organ- und Gewebeproben von Sektionsmaterial gemessen. Der Mittelwert der vorläufigen Meßergebnisse ist  $3,2 \times 10^{-10}$  g  $^{226}\text{Ra}$  für den gesamten menschlichen Körper in größenordnungsmäßiger Übereinstimmung mit Messungen von **Hurst** und **Gates** in USA.

Messungen des Radiumgehaltes von Leitungs- und Quellwasser in Frankfurter Bereich ergeben ebenfalls Übereinstimmung mit amerikanischen Meßwerten (**Stehney**, 1955). Leitungswasser: 1 bis  $2 \times 10^{-13}$ ; Quellwasser bis zu  $6 \times 10^{-12}$  Ra/1 Liter. Auch der Radiumgehalt der wichtigsten Lebensmittel wurde gemessen (größenordnungsmäßig  $10^{-15}$  g Ra/1g). Die Meßergebnisse sind grundlegend für die Festsetzung höchstzulässiger Mengen radioaktiver Substanzen, insbesondere der „Knochensucher“  $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{90}\text{Sr}$  und  $^{239}\text{Pu}$  im menschlichen Körper und höchstzulässiger Konzentrationen in Luft und Wasser.



H. KLUMB und G. SCHOLLMAYER (Erstes Phys. Inst. d. Univ. Mainz): *Über Untersuchungen zum Nachweis langlebiger radioaktiver Verunreinigungen der Luft im Mainzer Raum.* (Voretr. von G. Schollmayer)

Es wird über Untersuchungen der radioaktiven Verunreinigungen der Luft mit Hilfe der Filtermethode berichtet. Die Möglichkeit der Verwendung eines Zentrifugalabscheiders zum Nachweis radioaktiver Aerosole wird diskutiert.

Bei den Messungen ergaben sich auch die für die langlebigen radioaktiven Spaltprodukte typischen  $1/t$ -Kurven.

B. RAJEWSKY und H. MERGLER (MPI f. Biophys., Frankfurt-M.): *Biophysikalische Untersuchungen mit sehr weichen Röntgen-Strahlen (Mikro-Radiographie).* (Voretr. von H. Mergler)

Mit Röntgen-Strahlen der Energie zwischen 500 bis 1500 eV kann man wegen der starken Absorbierbarkeit der Strahlung ohne Färbungs- und Kontrastmittel Struktur und Funktion biologischer Gewebe untersuchen. Für diese Untersuchungen mit Kontakt-Mikro-Radiographie wurde eine offene fensterlose Röntgen-Röhre entwickelt. Methode und Apparat werden kurz beschrieben und ihre Brauchbarkeit an einigen Aufnahme-Beispielen demonstriert.

G. POPP und W. WALCHER (Phys. Inst. d. Univ. Marburg): *Ein Ionen-Emissionsmikroskop zur Untersuchung der Alkaliverteilung in biologischen Geweben.* (Voretr. von W. Walcher)

Die Verteilung der Alkalien in biologischen Geweben ist neuerdings besonders ins Interesse der Physiologie gerückt. Es wurde daher versucht, diese Verteilung direkt durch Ionenoptische Abbildung von veraschten Gewebeschnitten darzustellen. Vorversuche im Massenspektrometer zeigten, daß Schnitte von etwa  $10\ \mu$  Dicke eine genügend intensive und genügend lang dauernde Emission der  $\text{Na}^+$ - und  $\text{K}^+$ -Ionen ergaben, die sowohl eine beobachtbare Fluoreszenz des Leuchtschirms als auch ausreichende Schwärzung der photographischen Platte erwarten ließen. Ein in bekannter Weise aufgebautes Emissionsmikroskop mit etwa 100facher Vergrößerung liefert Bilder im „Ionenlicht“, die mit üblichen histologischen Präparaten verglichen werden können.

A. THIEL und H. HINTENBERGER (MPI f. Chem. Mainz): *Wirkungsquerschnittsbestimmungen an Ionen verschiedener Energie mit einem Massenspektrographen.* (Voretr. von A. Thiel)

In einem doppelfokussierenden Massenspektrographen, in dem zwischen elektrischem und magnetischem Feld eine Stoßkammer angebracht wurde, ist die Intensität verschiedener Ionenarten als Funktion des Gasdrucks in der Stoßkammer ausgemessen worden. Auf diese Weise konnte der totale Wirkungsquerschnitt einer großen Anzahl verschiedener Atom- und Molekülonen gegenüber Stickstoff bei Energien zwischen 12 bis 24 keV bestimmt werden.

H. VOSHAGE und H. HINTENBERGER (MPI f. Chem. Mainz): *Eine thermische Ionenquelle mit reproduzierbarer Ionenausbeute für Analysen-zwecke.* (Voretr. von H. Voshage)

Eine thermische Ionenquelle mit extrem kleinem Substanzverbrauch wurde technisch vervollkommenet und mit elektronisch stabilisierter Heizung zur Probenverdampfung und zum Erhitzen der ionisierenden Fläche versehen. Durch Aufnahme der Strom-Zeit-Kurven während des vollständigen Verdampfens der Proben ist eine reproduzierbare quantitative Be-

stimmung von Alkalimengen in der Größenordnung  $10^{-12}$  g auf  $\pm 20\%$  mit dem Massenspektrometer möglich (Ionennachweis ohne Sekundäremissionsverstärker).

**D. KAMKE** und **F. W. RICHTER** (Phys. Inst. d. Univ. Marburg): *Neue Untersuchungen zum Mechanismus der Kanalstrahlenentladung.* (Vorgetr. von D. Kamke)

An Hand neuer Messungen der Entladungsscharakteristik wird für das „kurze“ Entladungsrohr eine Theorie entwickelt, die als wesentlichen Bestandteil auch die Elektronenauslösung aus der Kathode, herrührend von auftreffenden schnellen Neutralteilchen, berücksichtigt. Der Übergang zum „extrem kurzen“ Rohr und zum „langen“ Rohr wird diskutiert.

**W. MÜLLER-WARMUTH** (MPI f. Chem. Mainz): *Zur Präzisionsmessung und Konstanthaltung magnetischer Felder.*

Für viele physikalische Untersuchungen besteht die Notwendigkeit eines hochkonstanten, in weitem Bereich stetig veränderlichen und nach Möglichkeit mit hoher Präzision ausmeßbaren Magnetfeldes.

Zum Betrieb eines Modellmagneten wurden entsprechende Meß- und Stabilisiergeräte entwickelt und Untersuchungen über Konstanz und Meßgenauigkeit angestellt. In mehreren Stufen werden dabei Spannung, Strom und Magnetfeld automatisch konstant gehalten. Das Feld läßt sich von 1000 bis 5000 Gauß stetig verändern und wird direkt aus dem Wechselstromnetz gespeist. Zur Feinstabilisierung und Messung dienen Protonenresonanzkreise, die mit Hilfe eines Normalfrequenzgenerators (relative Genauigkeit  $1 \times 10^{-7}$ ) überwacht werden.

**K. P. LENSCH** und **R. GROTH** (Inst. f. Angew. Phys. d. Univ. Marburg): *Messungen mit sehr weichen Röntgen-Strahlen.* (Vorgetr. von K. P. Lensch)

Für die Röntgen-Strahlen-Mikroskopie wurde ein Rohr entwickelt, das durch Einbau eines Raumladungsgitters trotz niedriger Anodenspannung starke Anodenströme ( $\geq 1$  A) und hohe Ausbeute an weicher Strahlung ( $\lambda \geq 6$  Å) erreichen ließ. Bei der Strahlung von 9 Å wurde die streifende Reflexion an Gold-, Silber- und Glasflächen in Abhängigkeit vom Einfallswinkel untersucht; Absorptionskoeffizienten, Brechungsindizes, Korngrößen und Schlieren der reflektierenden Flächen wurden gemessen.

**H. KLUMB** und **R. DAUSCHER** (Erstes Phys. Inst. d. Univ. Mainz): *Untersuchungen über den Durchgang von Gasen und Dämpfen durch Kunststoff-Folien.* (Vorgetr. von R. Dauscher)

Es werden zwei Vakuumapparaturen zur Messung der Permeation und Diffusion von permanenten Gasen und organischen Dämpfen durch Hochpolymere beschrieben. Durch Messung des nicht-stationären und stationären Diffusionsvorganges wird die Permeations-, Diffusions- und Löslichkeitskonstante einer Reihe von Gasen und Dämpfen für drei Kunststoff-Folien bestimmt.

**W. MÜLLER** (Inst. f. Angew. Phys. d. Univ. Frankfurt): *Ein Beitrag zur Theorie der Einschwingvorgänge von Lippenpfeifen.*

Faßt man den Einschwingvorgang von Lippenpfeifen als ein Regelungsproblem auf, dann läßt sich mit Hilfe der Laplace-Transformation in einfacher Weise eine charakteristische Gleichung ableiten, die die komplexen Eigenfrequenzen der Pfeife als Funktion des Windladendruckes liefert. Aufgrund dieser Ergebnisse lassen sich die von Trendelenburg an einer alten Barockorgel aufgenommenen Einschwingvorgänge mit ihren charakteristischen Vorläufern qualitativ verstehen.



*Parallelsitzung: Fortbildungsvorträge für die Physiklehrkräfte der höheren Schulen.*

W. WALCHER (Marburg): *Massenspektrometrie und ihre Anwendung auf die Altersbestimmung der Erde.*

L. BERGMANN (Wetzlar): *Physikalische Demonstrationsversuche.*

M. CZERNY (Frankfurt/M.): *Zur Didaktik des Planck'schen Strahlungsgesetzes.*

H. KÖNIG (Darmstadt): *Modellversuche im Unterricht.*

E. MENZEL (Darmstadt): *Demonstrationsversuche mit dem Kleinbildprojektor.*

W. HANLE (Gießen): *Wechselwirkung energiereicher Strahlung mit Materie.*

SONNTAG, DER 14. APRIL 1957

*Vormittag*

*Zusammenfassende Vorträge*

H. WOLTER (Inst. f. Angew. Phys. d. Univ. Marburg): *Funknavigationsverfahren.*

F. STÖCKMANN (Phys. Inst. d. TH Darmstadt): *Mechanismen der Photoleitung in Festkörpern.*

A. SCHMILLEN (Phys. Inst. d. J.L.H. Gießen): *Über Lumineszenzabklingzeiten.*

*Nachmittag*

*Einzelvorträge*

H. KÖNIG (Phys. Inst. d. TH Darmstadt): *Hexagonales Silber.*

Unter sehr guten Vakuumverhältnissen aufgedampft, wächst Silber zum Teil hexagonal auf. Die hexagonale Struktur wird im Elektronenbeugungsbild und durch elektronenmikroskopische Aufnahmen belegt.

H. POPPA (Phys. Labor. Mosbach u. Phys. Inst. d. J.L.H. Gießen): *Elementarvorgänge beim Polieren von Glas.*

Über den Vorgang des Glaspolierens bestehen trotz seiner großen technischen Wichtigkeit immer noch Unklarheiten, da sich die mechanischen Elementarvorgänge im Grenzbereich der lichteoptischen Auflösung abspielen. Durch Hinzuziehung des Interferenz- und Elektronenmikroskops wurde der Fragenkomplex erneut angegriffen. Nach Entwicklung einer besonderen Präparationsmethode, welche Beobachtung der Veränderung von bestimmten Oberflächenstrukturen (Schleifgrübchen) während des Polierprozesses

erlaubt, werden charakteristische Einzelvorgänge wie Rißschicht, Abtragung und Schließung der Poliergrübchen untersucht. Bei mehreren Glasarten wird qualitativ und quantitativ geprüft, inwieweit Verwalkungen und Verschmierungen gelphysikalischen Ursprungs die Polierwirksamkeit beeinflussen.

J. BOHDANSKY (Phys. Inst. d. Univ. Frankfurt): *Über die Emission des Hg-Bogens im Ultraroten.*

Es wurde das Emissions-Kontinuum einer Quecksilber-Hochdrucklampe im Spektralbereich von 4 bis 150  $\mu$  experimentell untersucht. Die Grundlage dazu bot der Umstand, daß es gelang, eine Spezialform der Lampe mit aufgekitteten Fenstern aus Steinsalz und kristallinem Quarz zu bauen. Die Druckabhängigkeit der Strahlung konnte im Intervall von 300 bis 750 Torr bestimmt werden.

H. LÄMMERMANN (Inst. f. Techn. Phys. d. TH Darmstadt): *Zeeman-Effekt im Spektrum kristalliner Samariumsalze bei tiefen Temperaturen*

Das Absorptionsspektrum des  $\text{Sm}^{+++}$ -Ions in Einkristallen von  $\text{Sm}(\text{C}_2\text{H}_5\text{SO}_4)_3 \cdot 9 \text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{SmCl}_3 \cdot 6 \text{H}_2\text{O}$  und  $\text{Sm}(\text{NO}_3)_3 \cdot 6 \text{H}_2\text{O}$  wird bei 4 °K und 80 °K im homogenen Magnetfeld mit hoher Dispersion in polarisiertem Licht aufgenommen.

Aus der Polarisation und der Anzahl der Linien in einer Liniengruppe werden Strahlungsart, Drehimpuls- und Kristallquantenzahlen des tiefsten und des angeregten Zustandes bestimmt.

Aus der Aufspaltung der zweifach entarteten Termkomponenten im Magnetfeld wird nach Abspaltung quadratischer Anteile das  $g$ -Ellipsoid bestimmt.

F. W. GECK (Phys. Inst. d. J.L.H. Gießen): *Absorptionsspektren von NaCl und NaCl/Ag nach Elektronenbestrahlung.*

Elektronenbestrahlung von NaCl und NaCl/Ag führt bei gleichzeitiger Erwärmung zu besonders starker Verfärbung der Kristalle. Neben den Absorptionsbanden, die nach Röntgenbestrahlung auftreten, erscheinen bei Elektronenbestrahlung auch solche, die nur bei additiv verfärbten Kristallen beobachtet worden sind. Beim NaCl/Ag wurden verschiedene, bis dahin unbekannte Verfärbungen gefunden, unter anderem die Absorption durch Ag-Kolloide in NaCl-Umgebung. Spektrale Lage und Breite der Band stimmen mit der aus der Mie-Maxwellschen Theorie berechenbaren Absorption kleinster kolloidaler Ag-Teilchen in NaCl-Umgebung gut überein.

CHR. ULLRICH (J. Schneider & Co., Optische Werke, Bad Kreuznach und Phys. Inst. d. J.L.H. Gießen): *Verfahren zur Festlegung der Bildlage eines von einem optischen System abgebildeten Gegenstandes.*

Es wird ein Verfahren angegeben, das das von einem optischen System entworfene Bild einer Figur nicht auf eine Mattscheibe oder auf eine photographische Emulsion, sondern auf eine zweite, bildseitig stehende gleichartige Figur abbildet. Damit gelingt einmal mit relativ einfachen Mitteln eine genaue und dennoch schnelle photoelektrische Festlegung der Bildebene des von einem optischen System abgebildeten Gegenstandes, die zur Ermittlung bestimmter Bildfehler und optischer Konstanten von Objekten geeignet ist. Zum anderen läßt sich mit diesem Verfahren die Lage des Bildes in der Bildebene genau bestimmen, was zur Zentrierung optischer Linsen ausgenutzt werden kann.



E. VOGT und D. GERSTENBERG (Phys. Inst. d. Univ. Marburg): *Magnetische Untersuchungen an palladiumreichen Mischkristallen der Übergangsmetalle.* (Vorgetr. von D. Gerstenberg)

Die Kollektiv-Elektronentheorie von Stoner liefert eine Gleichung für die Suszeptibilität mit 3 Parametern, die durch den Vergleich mit gemessenen Suszeptibilitäten bestimmt werden können. Nach Bestimmung der Parameter gibt die Stonersche Gleichung den Verlauf der Suszeptibilität von Palladium und Pd-Ag-Legierungen zwischen 300 und 1000 °K sehr gut wieder (Kronquist). Eigene magnetische Messungen (100° bis 1000 °K) an sehr verdünnten Mischkristallen der Übergangsmetalle Ti, V, Cr; Zr, Nb, Mo und Ta, W, Re mit Pd zeigen ebenfalls den von der Stonerschen Theorie angegebenen Verlauf der Suszeptibilität mit der Temperatur. Die Erniedrigung der Suszeptibilität des Palladiums durch die zugesetzten Übergangsmetalle zeigt ebenso wie beim Zusatz von Silber eine Auffüllung des d-Bandes des Palladiums an.

G. SIMON (Inst. f. Theor. Phys. d. J.L.H. Gießen): *Zur Dämpfung elastischer Wellen hoher Frequenz in kubischen ferromagnetischen Einkristallen.*

Die Energieverluste elastischer Schwingungen durch Wirbelstromerzeugung infolge Drehungen der Magnetisierungsrichtung werden berechnet, und zwar für Wellenlängen, die den mittleren Durchmesser der Weißschen Elementarbereiche nicht überschreiten. Der Fall des homogen magnetisierten Kristalles wird exakt durchgerechnet, das Verhalten des magnetisch inhomogenen Kristalles abgeschätzt. Es treten zwei Relaxationsmaxima der Dämpfung auf und zwar jeweils, wenn die Skineffekt-Eindringtiefe mit der elastischen Wellenlänge oder mit dem Durchmesser der Weißschen Bezirke vergleichbar wird. Eine experimentelle Arbeit von Levy und Truell wird an Hand der theoretischen Ergebnisse diskutiert.

K. SCHMIDT (Phys. Inst. d. J.L.H. Gießen): *Abklingung der Lumineszenz von Gasen bei Anregung durch schnelle Elektronen.*

Aus den Untersuchungen der Lumineszenzabklingzeit in Xe und Xe/N<sub>2</sub> kann man auf den Anregungsmechanismus und die Energieübertragung von Xe auf N<sub>2</sub> schließen. Da die Anregung bei den benutzten Gasdrücken zwischen 10 und 700 Torr von sehr komplexer Art ist, wurden neben den Abklingzeitmessungen noch Intensitätsmessungen und spektroskopische Untersuchungen ausgeführt.

H. KNAU (Phys. Inst. d. J.L.H. Gießen): *Energieübertragung bei Fluoreszenz organischer Lösungen.*

Durch Messung der Abklingzeit von verschiedenen organischen Lösungen bei UV- und Elektronenanregung kann die Übertragungszeit der Anregungsenergie vom Lösungsmittel zum gelösten Molekül ermittelt werden. Es ergibt sich eine Abhängigkeit von der Konzentration. Außerdem kann durch Vergleich mit Messungen an festen Lösungen und Aufnahme der Spektren auf den Mechanismus der Übertragung geschlossen werden. Die Theorie wird gestützt durch Resultate, die bei Löschung der Lösungsfluoreszenz durch Nitrobenzol erzielt wurden.





## Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik

### Wissenschaftliche Jahrestagung in Hamburg

Die Jahrestagung der Gesellschaft für Angewandte Mathematik und Mechanik fand vom 23. bis 27. April in Hamburg statt. Die Gesellschaft hat jetzt fast 1000 Mitglieder, und es wurden auf der Tagung etwa 430 Teilnehmer gezählt. Dies ist ein deutlicher Beweis für das Interesse, das den Zielen der GAMM entgegengebracht wird, selbst wenn man berücksichtigt, daß der diesjährige Tagungsort Hamburg ja nicht nur als Universitätsstadt sehr bekannt ist. Besonders erfreulich war — wie auch Senator Prof. Dr. Wenke auf einem Senatsempfang betonte — die Teilnahme ausländischer Wissenschaftler aus folgenden 15 Länder: Bulgarien, Dänemark, England, Frankreich, Holland, Jugoslawien, Norwegen, Österreich, Polen, Rumänien, Schweden, Schweiz, Tschechoslowakei, Ungarn und USA.

Infolge der weitgehenden Spezialisierung auch auf dem Gebiet der angewandten Mathematik und Mechanik gibt es natürlich selbst innerhalb der GAMM leider immer weniger Mitglieder die die neuesten Entwicklungen auf allen Teilgebieten noch verfolgen können, die also gleichzeitig Einzelheiten z. B. über Rechenautomaten, Festkörpermechanik und Gasdynamik kennen. Um nun der Gefahr der Zersplitterung in immer engere Spezialgebiete zu begegnen und um den Zusammenhalt innerhalb der GAMM weiter zu festigen, wurden die Vormittagssitzungen sieben Hauptvorträgen gewidmet, die sich an alle Teilnehmer wandten und ihnen einen Überblick über verschiedene aktuelle Forschungsgebiete gaben. An den Nachmittagen fanden dann die eigentlichen Fachsitzungen in den drei getrennten Sektionen: Mathematik, Mechanik und Strömungslehre statt. Einen Überblick über alle diese Vorträge geben die folgenden Auszüge; etwas ausführlichere Vortragsauszüge werden, wie nach jeder GAMM-Tagung, in der Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM) veröffentlicht werden.

K. Wieghardt, Hamburg

## Vormittag

## Gemeinsame Sitzung: Hauptvorträge

E. STIEFEL (Inst. f. Angew. Math. d. ETH Zürich): *Die Beeinflussung mathematischer Methoden durch den Einsatz von Rechenautomaten.*

R. SAUER (TH München): *Neue Ergebnisse und Methoden in der theoretischen Gasdynamik.*

Im ersten Teil des Vortrags, der sich im wesentlichen auf Überschallprobleme beschränkt, wurde ein Singularitätenverfahren besprochen, welches linearisierte Überschallströmungen um schlanke Körper beliebiger Querschnittsform zu berechnen gestattet. Bei Drehkörpern spezialisiert es sich zu dem bekannten Quell-Senken-Verfahren von v. Kármán. Im zweiten Teil wurde das Verfahren auf Rumpf-Flügel-Kombinationen angewandt und zwar sowohl für Flügel mit Unterschallkanten wie auch für Flügel mit Überschallkanten. Der dritte Teil enthielt einen kurzen Ausblick auf die Distributionskalkül und seine Anwendung in der Tragflügeltheorie bei Überschallgeschwindigkeit. Im vierten Teil wurde über neuere theoretische Ergebnisse und praktische Methoden für schallnahe Strömungen (parabolische Methode von Oswatitsch, modifiziertes Charakteristikenverfahren, Hodographenmethode) und im fünften Teil über die moderne Weiterentwicklung der „Area rule“ berichtet.

Zum Schluß folgten einige Bemerkungen über den Einsatz elektronischer Rechenautomaten in der Überschall-Gasdynamik.

## Nachmittag

## 1. Parallelsitzung: A. Angewandte Mathematik

F. L. BAUER (Math. Inst. d. TH München): *Zur Deutung der Quade-Collatz'schen numerischen Fourier-Analyse.*

Quade und Collatz (1938) haben, auf Ansätze von Dällenbach u. a. zurückgreifend, systematisch untersucht, wie eine durch vorgegebene Stützwertengehende Funktion bestimmt werden kann, die aus Parabeln  $n$ -ter Ordnung aufgebaut und in den ersten  $n-1$  Ableitungen stetig ist. Das überraschende dabei war, daß die Fourier-Koeffizienten (es wurden periodische Funktionen betrachtet) der solcherart interpolierten Funktionen aus den Fourier-Koeffizienten, die sich nach den Runge'schen Formeln ergeben, errechnet werden konnten mittels universeller, von den Stützwerten unabhängiger und nur durch die Art — insbesondere den Grad  $n$  — der Interpolation bestimmten Funktionen  $G_n(\omega)$  („Abminderungsfunktionen“).

Unter Heranziehung formaler Hilfsmittel der Distributionentheorie ergibt sich in einfacher Weise eine Deutung und Vertiefung der Quade-Collatz'schen Resultate. Es wird untersucht, welchen verzerrenden Einfluß die Bildung von Samples auf das Spektrum hat. Dabei zeigt sich, daß für Spektre, die wie  $\omega^{-(n+1)}$  abklingen, eine Verzerrung auftritt, die gerade durch die Abminderungsfunktionen  $G_n(\omega)$  von Quade und Collatz kompensiert wird. Auf Spektren mit anderem, z. B. exponentiellem Abklingen lassen sich behandeln



N. J. LEHMANN (Dresden): *Eigenwert- und Eigenfunktionsberechnung nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate.*

Für die früher hergeleiteten Eigenwerteingrenzungen für vollstetige selbstadjungierte Eigenwertprobleme [ZAMM Bd. 29/30] wird ein Zusammenhang mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate mitgeteilt. Es zeigt sich, daß die erreichten Schranken optimal sind.

J. ALBRECHT (Inst. f. Angew. Math. d. Univ. Hamburg): *Zum Differenzenverfahren bei partiellen Differentialgleichungen.*

1. Diskussion des Differenzenverfahrens bei parabolischen Differentialgleichungen (Wärmeleitungsgleichung): Mehrstellenverfahren, Zusammenhang zwischen Stabilität, Zeitschrittweite, Lage der verwendeten Gitterpunkte und Genauigkeit.

2. Erfassung der Randbedingungen bei der Durchführung des Differenzenverfahrens, insbesondere bei gekrümmten Rändern.

Eine ausführlichere Darstellung findet sich in „Z. ANGEW. MATH. U. MECH.“, 37, 1957: [1] J. Albrecht, Zum Differenzenverfahren bei parabolischen Differentialgleichungen; [2] J. Albrecht, W. Uhlmann: Differenzenverfahren für die 1. Randwertaufgabe mit krummlinigen Rändern bei

$$\Delta u(x,y) = r(x,y,u).$$

H. KADNER (Inst. f. Masch. Rechentechn. d. TH Dresden): *Untersuchungen zur Kollokationsmethode.*

Zur genäherten Lösung von Randwertaufgaben bei gewöhnlichen linearen Differentialgleichungen eignet sich besonders für moderne Rechenanlagen die Kollokationsmethode [vgl. etwa L. Collatz, Numerische Behandlung von Differentialgleichungen, Springer-Verlag 1951, S. 182]. Diese Methode besitzt eine äußerst einfache mathematische Struktur und gewährleistet außerdem einen minimalen Rechenaufwand.

Die offenstehenden Fragen nach der günstigsten Verteilung der Kollokationsstellen hinsichtlich einer optimalen Approximation der Lösungsfunktion, nach dem Konvergenzbeweis und der Fehlerabschätzung werden über die Fehlerquadratmethode beantwortet.

Als Ergebnis dieser Betrachtung folgt: Die Kollokationsmethode ist ein Spezialfall eines allgemeinen Fehlerabgleichprinzipes. Als Kollokationsstellen sind im allgemeinen die Nullstellen der Legendreschen Polynome der bisher üblichen äquidistanten Wahl überlegen.

Ein ausführlicher Bericht erscheint in Kürze.

E. SCHINCKE (Math. Inst. d. Univ. Halle): *Über Lösungen des dritten Randwertproblems der Potentialtheorie für das Außengebiet des Kreises mittels einer komplexen Differentialgleichung.*

Gesucht wird eine Lösung der Laplace-Gleichung  $\Delta\varphi(r,\vartheta) = 0$  ( $r,\vartheta$  Polarkoordinaten), die im Gebiet  $r > 1$  regulär ist und folgende Eigenschaften aufweist: (1) Die Randwerte  $[\varphi(r,\vartheta)]$  sind auf  $r = 1$  stetig; (2)  $r \partial\varphi/\partial r$  ist im Gebiet  $r > 1$  regulär und beschränkt; (3) auf  $r = 1$  gilt

$$k s(\vartheta) [\varphi] - t(\vartheta) [\partial\varphi/\partial r] = g(\vartheta)$$

mit

$$s(\vartheta) = 1 + \sum_{\mu=1}^m \sigma_{\mu} \cos \mu \vartheta; \quad t(\vartheta) = 1 + \sum_{\mu=1}^n \tau_{\mu} \cos \mu \vartheta; \quad m \leq n$$

$$|\sigma_{\mu}| + |\tau_{\mu}| < 1; \quad k > 0.$$

Die Funktion  $g(\vartheta)$  ist auf  $-\pi \leq \vartheta \leq \pi$  ungerade und beschränkt, besitzt dort

höchstens endlich viele Unstetigkeitsstellen und ist in jedem abgeschlossenen Intervall, das keine dieser Unstetigkeitsstellen enthält, analytisch. Setzt man  $\psi(r, \vartheta)$  konjugiert zu  $\varphi(r, \vartheta)$ , so genügt

$$F(z) = \varphi(r, \vartheta) + i \psi(r, \vartheta)$$

mit  $z = r \exp i\vartheta$  nach H. Schmidt [ZAMM 17, 1937] einer komplexen Differentialgleichung.  $F(z)$  läßt sich sukzessiv approximieren; es gilt

$$F(z) = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \{ i z^k \int_z^{\infty} \frac{G_{\lambda}(\eta)}{\eta^{k+1}} d\eta \}$$

mit

$$G_0(z) = (1/2\pi i) \int_{-\pi}^{\pi} g(\vartheta') \frac{z + \exp i\vartheta'}{z - \exp i\vartheta'} d\vartheta'$$

und

$$G_{\lambda+1}(z) = \left\{ \left( \sum_{\mu=1}^n (\tau_{\mu} - \sigma_{\mu}) (z^{\mu} + z^{-\mu}) \right) (k/2) z^k \int_z^{\infty} \frac{G_{\lambda}(\eta)}{\eta^{k+1}} d\eta \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left\{ \sum_{\mu=z}^n \tau_{\mu} (z^{\mu} + z^{-\mu}) \right\} G_{\lambda}(z) + G_0(z) + \sum_{\nu=0}^{n-1} g_{\nu\lambda} (z^{\nu} + z^{-\nu}) \right\} \\ (\lambda = 0, 1, 2, \dots).$$

Die Konstanten  $g_{\nu\lambda}$  sind eindeutig festgelegt durch die Forderung, daß sich  $G_{\lambda+1}(z)$  für  $|z| > 1$  regulär verhält und

$$G_{\lambda+1}(\infty) = 0.$$

Die Lösung  $\varphi(r, \vartheta)$  ergibt sich damit in der Form

$$\varphi(r, \vartheta) = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \Re \{ i z^k \int_z^{\infty} \frac{G_{\lambda}(\eta)}{\eta^{k+1}} d\eta \}.$$

A. HIRSCHLEBER (Jena): *Praktische Auswertung von Ausnahmefällen beim Graeffe'schen Verfahren*

An Hand einiger Beispiele wurde auf die Fälle eingegangen, daß sich ein Polynom vom Ausgangspolynom oder seinen Graeffe-Transformierten (a) genau ein, (b) näherungsweise ein Kreisteilungspolynom, (c) genau zwei Kreisteilungspolynome von verschiedenem Grad und verschiedenen Beträgen, (d) genau drei Kreisteilungspolynome von verschiedenen Graden aber gleichen Beträgen abspalten läßt. Die Ergebnisse wurden diskutiert, und es wurde auf die Möglichkeit hingewiesen, die Rechenarbeit bei solchen Ausnahmefällen wesentlich zu verringern.

H. MÜLLER (Dresden): *Nichtlineare Eigenwertaufgaben und eine Methode zur praktischen Bestimmung ihrer Eigenwerte.*

Verschiedene Randwertaufgaben technischer Probleme führen auf Integralgleichungen, deren Kerne Funktionen des Parameters sind; häufig liegt eine (ganz oder gebrochen) rationale Abhängigkeit vor. Derartige Gleichungstypen lassen sich linearisieren: In einem geeigneten Produktraum existiert eine solche lineare (i. a. beschränkte) Transformation (in Matrix-Form), deren Spektrum mit dem der gestellten Aufgabe übereinstimmt. Für die äquivalente lineare Eigenwertgleichung gelten nun alle bekannten Ergebnisse, so daß deren Untersuchung gegenüber der ursprünglichen nichtlinearen wesentlich günstiger ist. Zur praktischen Berechnung der Eigenwerte kann z. B. das „Abschnittsverfahren“ benutzt werden. Letzteres wird



monstriert an einer von *Prandtl* auf anderem Wege durchgeführten Stabilitätsuntersuchung: Die Berechnung der Kipplast eines einseitig eingespannten Trägers.

*J. UHLIG* (Inst. f. Angew. Math., Dresden): *Untersuchung der Genauigkeit einer Reihe von Verfahren zur Bestimmung der charakteristischen Zahlen und der Eigenvektoren einer Matrix.*

Um das charakteristische Polynom einer Matrix zu bestimmen, wird diese oft durch eine Ähnlichkeitstransformation auf eine Gestalt gebracht, die eine einfachere Berechnung der charakteristischen Determinante ermöglicht [Vgl. die Verfahren von *Fraser—Duncan—Collar*; *Hessenberg*; *Lanczos*; *Galerkin*]. Der Einfluß der bei dieser Ähnlichkeitstransformation auftretenden Abrundungsfehler auf das Ergebnis wird untersucht. Es zeigt sich, daß die charakteristischen Zahlen und die Eigenvektoren lokalanalytische Funktionen der Abrundungsfehler sind. Im Falle linearer Elementarteiler sind die uniformisierenden Veränderlichen die Abrundungsfehler selbst, im Falle von Elementarteilern höherer Ordnung sind es die entsprechenden Wurzeln der Abrundungsfehler. Die Absolutglieder der Entwicklungen stimmen bei den charakteristischen Zahlen stets, bei den Eigenvektoren im Falle linearer Elementarteiler überein.

Das betrachtete Problem ist ein Spezialfall des allgemeinen Problems der Störungsrechnung.

## 2. Parallelsitzung: B. Mechanik I

*K. MAGNUS* (Inst. f. Angew. Math., Freiburg i. Br.): *Eine Verallgemeinerung der Methode der harmonischen Linearisierung.*

Für die Berechnung von nichtlinearen Schwingungen sind eine Reihe vollkommen äquivalenter Verfahren entwickelt worden, bei denen im allgemeinen vorausgesetzt wird, daß der Schwingungsverlauf „fast“ harmonisch ist („harmonische“ bzw. „äquivalente Linearisierung“). Diese Verfahren versagen, wenn die Schwingungsform stark vom Sinus abweicht, wie dies zum Beispiel bei Relaxationsschwingungen der Fall ist. Unter Verwendung der *Ritz-Galerkinschen* Variationsmethode läßt sich aber leicht eine Verallgemeinerung der harmonischen Linearisierung angeben, die auch bei starker Abweichung von der Sinusform noch brauchbar ist. Allerdings muß der Typ der Schwingungen bekannt sein, damit für den *Ritz*-Ansatz die geeigneten Approximationsfunktionen gewählt werden können. Das Verfahren ist auch für erzwungene Schwingungen anwendbar und kann für den Fall nichtlinearer Funktionen vom Hysteresetyp erweitert werden.

*H. BAUMANN* (Hamburg): *Zur Berechnung erzwungener Schwingungszustände nichtlinearer Systeme.*

Bei einem ungedämpften Schwinger erfolgt die Schwingung im stationären Zustand phasenrein zur Erregung. Infolgedessen ist der Momentanwert der Gesamtenergie als eindeutige Funktion der potentiellen Energie darstellbar. Die erzwungenen Schwingungszustände können daher als freie Schwingungen mit einer durch die Erregung modifizierten Charakteristik berechnet werden. Das Verfahren wird auf drei Typen der Erregung angewandt, nämlich Erregung durch eine äußere Kraft, durch träge oder elastische Kopplung und durch periodische Schwankung der Charakteristik. Es führt auf einfache exakte Beziehungen zwischen den Amplituden und Perioden. Der Zeitverlauf der Erregung ist jedoch nicht sinusförmig, sondern

dem Schwinger angepaßt. Dämpfung wird durch eine entsprechende Erregungsphase berücksichtigt. Beim Typus der Erregung durch periodische Schwankung der Charakteristik kommt der Dämpfung besondere Bedeutung zu.

**F. WEIDENHAMMER** (Inst. f. Mech. Schwingungstechn. d. TH Karlsruhe): *Auswanderungserscheinungen eines Horizontalpendels mit Schraubenfederrückstellung.*

Drehschwingungsfähige Systeme wie Schwingweggeber oder Drehspulsysteme in elektrischen Meßinstrumenten können bekanntlich unter der Wirkung von Erschütterungen zu Schwingungen erregt werden, die nicht mehr um die statische Ruhelage als Solllage erfolgen. Diese Auswanderungserscheinung ist am verwandten Problem des erschütterten Schwerependels oft untersucht worden. Eine erweiterte Theorie für die Untersuchung von Meßgeräten [F. Weidenhammer, ING.-ARCH. im Druck] berücksichtigt zwar die Spiralfederrückstellung, sieht jedoch von den Schwingungseigenschaften des Federkontinuums selbst noch ab. Ein Horizontalpendel mit Schraubenfederrückstellung läßt sich dagegen unter näherungsweise Berücksichtigung der Federeigenschaften mit zwei Freiheitsgraden durchrechnen. Dabei zeigt sich, daß die zur Auswanderung erforderliche Erschütterungsintensität bei hohen Erschütterungsfrequenzen nicht von den Federbewegungen abhängt, sodaß diese näherungsweise tatsächlich vernachlässigt werden dürfen.

**R. REISSIG** (Dresden): *Über einen einfachen Schwinger, dessen erzwungene Bewegungen beschränkt sind.*

Auf ein eindimensionales dynamisches System mögen eine orts-, eine geschwindigkeits- und eine zeitabhängige Kraft wirken. Die zeitabhängige Kraft, die Fremderregung, ist für  $t \geq 0$  stetig und beschränkt. Die geschwindigkeitsabhängige Kraft stellt eine Selbststeuerung dar; sie kann daher auf den langsamen Schwinger als Antriebskraft wirken, bildet sich aber beim schnellen Schwinger als Dämpfung aus. Für diese ist eine Mindeststärke vorgeschrieben, die sich nach der Erregerschwingung im Zeitraum  $t \geq 0$  richtet. Die ortsabhängige Kraft ist für kleine Abstände von der Nullage beliebig, für große Abstände dagegen eine Rückstellkraft, deren Mindestbetrag durch die Stärke der Fremderregung und des geschwindigkeitsgesteuerten Antriebs bestimmt ist. Unter diesen Bedingungen wird bewiesen, daß der Ausschlag und die Geschwindigkeit bei jeder möglichen Bewegung von einer gewissen (für die Bewegung charakteristischen) Zeit an zwischen festen (nur von den wirksamen Kräften abhängigen) Schranken variieren. Damit wird ein Resultat von G. E. H. Reuter unter noch allgemeineren Voraussetzungen abgeleitet.

**H. WITTMAYER** (SAAB, Linköping, Schweden): *Einfluß der Randbedingungen auf die Torsionseigenfrequenz eines Stabes.*

Es wird ein einfaches Verfahren zur Berechnung der Grundtorsionseigenfrequenz eines Stabes hergeleitet, dessen eines Ende mit einem kleinen Einzelträgheitsmoment besetzt ist und durch eine kleine Verdrehfeder gehalten wird und dessen anderes Ende entweder an einer sehr starken Verdrehfeder kleinen Trägheitsmoments oder an einem sehr großen, weichgelagerten Trägheitsmoment befestigt ist.

Hierbei wird erst die Grundeigenfrequenz des an einem Ende freien und am anderen Ende fest eingespannten Stabes berechnet [Verbesserung der Formel aus ING.-ARCH. 20, 331—336, 1952]. Anschließend wird eine Korrektur für diese Frequenz vorgenommen, die den oben genannten Randbe-



dingungen Rechnung trägt [Anwendung der noch etwas erweiterten Methode aus ZAMM, 36, 355—367, 1956]. In dem Spezialfall, in dem auch die *Dunkerleysche* Formel angewandt werden könnte, erfordert das neue Verfahren sogar weniger Arbeit als diese und ist im allgemeinen genauer.

**D. RAŠKOVIĆ** (Univ. Belgrad): *Über die Eigenschaften der Frequenzgleichungen eines schwingenden Systems.*

Es wurde gezeigt, daß eine spezielle *Jacobische* Matrix zur Frequenzgleichung eines Schwingungssystems mit Pendeln (mit oder ohne Federkoppelung) gehört, und daß die *Laguerreschen* Polynome die charakteristischen Gleichungen dieser Eigenwertaufgaben darstellen.

Die Rekursionsbeziehungen für die Trägheits- und Federungsmatrizen, für die Koeffizienten der Frequenzpolynome und Frequenzgleichungen wurden gegeben. Aus den Eigenschaften der Skalaren der zugehörigen *Jacobi*-schen Matrizen wurden Formeln für die Summen der Kombinationen der ungeraden positiven Zahlen abgeleitet.

**A. WEIGAND** (Berlin): *Die gedämpfte homogene Schwingungskette.*

Die homogene gedämpfte Schwingungskette besteht aus  $n$  gleichen Massen, die durch gleiche Federn und gleiche Dämpfer miteinander verbunden sind. Für sie werden geschlossene Ausdrücke für die Eigenwerte und für die Ausschläge bei erzwungenen Schwingungen und Einschaltvorgängen angegeben. Die Möglichkeit der geschlossenen Lösung beruht auf der Verwendung von Differenzengleichungen und einer trigonometrischen Darstellung der komplexen Eigenwerte.

### 3. Parallelsitzung: B. Mechanik II

**A. BASCH** (Inst. f. Allg. Mech. d. TH Wien): *Eine massengeometrische Deutung der Invarianten des ebenen Laplace'schen Feldes.*

Ein ebenes System von Punktmassen (Ladungen, Quellen, Senken) wird an einem um einen Aufpunkt geschlagenen Kreis gespiegelt. Die Bildpunkte als Zentren quasielastischer Kräfte ergeben eine mit dem statischen Moment übereinstimmende Resultante. Bezogen auf ein Koordinatensystem mit  $x$ -Achse als Niveaulinientangente und  $y$ -Achse in Krafrichtung, ergeben Realteil bzw. Imaginärteil des komplexen Trägheitsmomentes des Bildsystems dividiert durch das statische Moment die Krümmung der Niveaubzw. der Kraft-(Strom)linie. Die bei beiden Linien übereinstimmende Krümmungsänderung ist außer von den drei genannten Größen vom Realteil des komplexen Massenmomentes dritten Grades des Bildsystems abhängig.

**J. BARTA** (Budapest): *Die Ermittlung des Kern einer beliebigen Vierecksfläche.*

Der Kern der Querschnittsfläche eines prismatischen Stabes ist in der Festigkeitslehre definiert. In diesem Vortrag wurde gezeigt, wie man den Kern einer Vierecksfläche leicht ermitteln kann, ohne die Trägheitsmomente und die Antipolarität zu benutzen.

**H. JUNG** (TH Stuttgart): *Thermische Ausgleichsvorgänge.*

Bei Anheiz- und Abschreckvorgängen in der Technik werden in kurzer Zeit große Temperaturintervalle durchlaufen. Bei derartigen Vorgängen sind die Wärmeübergangszahlen und die Wärmeleitzahlen Funktionen der

Temperatur. Es wurde gezeigt, wie derartige Vorgänge rechnerisch einfach erfaßt werden können. An verschiedenen durchgerechneten Zahlenbeispielen konnte der Einfluß der Nichtlinearität gezeigt werden.

F. SELIG (Wien): *Wärmeleitprobleme mit variablem Übergangskoeffizienten.*

Die Lösung der im Titel genannten Probleme kann durch Heranziehung eines geeigneten Ersatzproblems gewonnen werden, das aus dem ursprünglichen Problem dadurch entsteht, daß längs des Randes des Grundbereiches eine Quellverteilung angebracht wird, die der den Rand durchsetzenden Wärmemenge Rechnung trägt. Da die Temperaturfelder im ursprünglichen und im Ersatzproblem im Inneren des Grundbereiches übereinstimmen sollen, ergibt sich zur Bestimmung der Quelldichte aus der geforderten Randbedingung eine Integralgleichung. Im Falle eines nur örtlich variablen Übergangskoeffizienten ist diese vom Faltungstyp und führt nach Anwendung der Laplace-Transformation auf eine Fredholmsche Integralgleichung.

2. Art.

Bei einem zeitlich veränderlichen Übergangskoeffizienten kann man die Problemstellung durch eine geeignete Koordinatentransformation auf die Bestimmung des Temperaturfeldes in einen Bereich mit zeitlich veränderlichem Rand überführen. Einem solchen Problem kann ebenfalls ein Ersatzproblem zur Seite gestellt werden. Die auftretenden Integralgleichungen werden im ersten Fall an Hand der kreisförmigen Scheibe und im zweiten Fall an Hand des eindimensionalen Wärmeleiters diskutiert.

G. GROSSMANN (Hannover): *Experimentelle Durchführung einer neuen hydrodynamischen Analogie für das Torsionsproblem.*

In dem Vortrag wurde die experimentelle Durchführung eines neuen hydrodynamischen Torsionsgleichnisses beschrieben, das auf der Gleichheit der Differentialgleichungen für schleichende Strömung und für die St. Venantsche Torsion beruht. Die Analogie gestattet, den Torsionswiderstand und die Torsionsspannung unabhängig voneinander zu bestimmen. Der Aufwand an Geräten und Rechnungsarbeit ist sehr gering. Außerdem läßt sich die Analogie — im Gegensatz zum Seifenhautgleichnis — ohne weitere auf Hohlquerschnitte anwenden. Vergleichsmessungen an Flächen bekannte Kenngrößen ( $J_D, \tau$ ) erübrigen sich. Es wird eine für technische Zwecke ausreichende Genauigkeit erreicht. Der Torsionswiderstand läßt sich aus einer Zeitmessung und einer Temperaturmessung ermitteln, die Spannung geht auf die Bestimmung der Fläche zwischen 2 Stromlinien zurück. Einfache Umrechnungsgleichungen stellen die Verbindung zwischen Modell und Wirklichkeit her.

E. MÖNCH (München): *Das neue Polariskop des spannungsoptischen Laboratoriums der TH München.*

Seit der Entwicklung des einfachen Polariskops mit diffusem Licht ohne Linsen durch Föppl und Hiltcher 1939 wurde dieses im Münchener Laboratorium fast ausschließlich für spannungsoptische Versuche verwendet. Jedoch trat immer wieder gelegentlich der Wunsch auf, für besondere Zwecke auch ein Polariskop zur Verfügung zu haben, bei dem durch eine Projektionsanordnung ein vergrößertes Bild auf einen Schirm geworfen wird, wie dies bei der in der Anfangszeit der Spannungsoptik benutzten „optischen Bank“ der Fall war. Ein solches Polariskop wurde nunmehr fertiggestellt. Dabei kamen einige technische Neuerungen zur Anwendung, die das Experimentieren erleichtern sollen.



W. ULLMANN (Inst. f. Bodendyn. u. Erdbebenforsch. Jena): *Bemerkung zur Form der Bewegungsgleichung eines mechanischen Empfängers.*

Der wesentliche Bestandteil eines Schwingungsmessers ist sein mechanischer Empfänger, d. h. ein Massensystem, das in einem starren Gestell „aufgehängt“ ist und bei gewissen Bewegungen des Gestells Bewegungen relativ zu diesem um eine stabile Gleichgewichtslage ausführt. In der Bewegungsgleichung eines mechanischen Empfängers, dessen „Gehänge“ bezüglich des Gestells nur einen Freiheitsgrad besitzt, lassen sich die Störungsglieder, welche die nicht notwendig kleinen Gestellbewegungen beschreiben, genau dann zu einer reinen Zeitfunktion, der Störungsfunktion, zusammenfassen, wenn die sog. Übertragungsfaktoren sämtlich konstant sind. Es zeigt sich jedoch, daß die Annahme konstanter Übertragungsfaktoren für eine umfassende Mannigfaltigkeit von Gehängeordnungen nicht zutrifft, die insbesondere jede praktisch bedeutsame Gehängestruktur einbezieht. Für den Ansatz der Bewegungsgleichung eines mechanischen Empfängers in der üblichen Form, worin die Störungsfunktion auf der rechten Seite der Gleichung erscheint, ist also die Beschränkung der Gestell- und Gehägebewegung nicht nur hinreichend sondern notwendig.

#### 4. Parallelsitzung: C. Strömungslehre

H. GÖRTLER (Math. Inst. d. Univ. Freiburg): *Über Strömungserscheinungen in rotierenden Flüssigkeiten.*

Der Vortragsgegenstand gehört zum Kreis der merkwürdigen Strömungserscheinungen in rotierenden Flüssigkeiten, wie sie vor allem vor mehr als 30 Jahren von G. I. Taylor entdeckt und untersucht worden sind. Ein vom Vortragenden 1944 [vgl. ZAMM 24] aus den Bewegungsgleichungen vorausgesagtes Phänomen bei kleinen erzwungenen Schwingungen in rotierenden (reibunglosen, inkompressiblen, homogenen) Flüssigkeiten, das durch den hyperbolischen Charakter der für die Geschwindigkeitsamplituden resultierenden Differentialgleichung für Frequenzen unterhalb einer gewissen kritischen Frequenz bedingt ist, konnte kürzlich erstmals experimentell bestätigt werden. Auch überraschende Einzelheiten einer nunmehr gelungenen vollständigen Integration des zugrundeliegenden Randwertproblems fanden ihre Bestätigung im Experiment. Diese Ergebnisse wurden von H. Oser in seiner Freiburger Dissertation 1957 erzielt. Es besteht eine enge Verwandtschaft zu den vom Vortragenden 1943 [vgl. ZAMM 23] theoretisch und experimentell untersuchten Schwingungserscheinungen in Flüssigkeiten mit stabiler Dichteschichtung.

Eine ausführliche Wiedergabe dieses Vortrags erscheint in den „Proceedings of the Midwest Conference on Solid and Fluid Mechanics, University of Michigan, April 1, 2, 1957“ unter dem Titel „On Forced Oscillations in Rotating Fluids“. Der theoretische Teil der Dissertation von H. Oser erscheint unter dem Titel „Erzwungene Schwingungen in rotierenden Flüssigkeiten“ in Archives for Rational Mechanics and Analysis 1 (1957). Der experimentelle Teil wird gegenwärtig für den Druck vorbereitet und soll in der ZAMM veröffentlicht werden.

H. WITTING (Math. Inst. d. Univ. Freiburg i. Br.): *Erweiterung der Theorie der Taylor-Görtler-Wirbel.*

Es wird gezeigt, daß die durch eine periodische Wandwelligkeit gestörte laminare Plattenströmung in den Wellentälern instabil ist gegenüber Wirbeln vom Typ der Taylor-Görtler-Wirbel falls die Amplitude einen gewis-

sen kritischen Wert überschreitet. Eine entsprechende Aussage wird dann für die mit *Tollmien-Schlichting*-Wellen überlagerte Plattenströmung hergeleitet, wobei die Amplitude maximaler Größe einen gewissen Wert überschreiten muß. Dieser kritische Wert liegt in beiden Problemen in der Größenordnung von  $10^{-4}$  Verdrängungsdicken der Plattengrenzschicht; eine primär gegen *Tollmien-Schlichting*-Wellen instabile Strömung ist also schon bei relativ kleinen Amplituden sekundär instabil gegen Wirbel vom *Taylor-Görtler*-Typ. Im Zusammenhang damit wird über einige Erweiterungen und Verschärfungen der Theorie der *Taylor-Görtler*-Wirbel berichtet, die sich durch Anwendung der Störungstheorie bei Eigenwertaufgaben ergeben.

M. LESSEN (Univ. of Pennsylvania, Philadelphia, Pa.): *On the Hydrodynamic Stability of Curved Laminar Flows.*

The stability, with respect to inviscid *Taylor-Görtler* type disturbances, of curved laminar compressible flows is examined and it is found that flow field as well as boundary layer instabilities may exist.

Whereas, for the incompressible case H. Görtler found instability for boundary layer flow along a concave wall, for the compressible case the boundary layer along a convex wall may become unstable with sufficient cooling at the wall. In addition, for the case of a curved flow field behind a curved shock front with uniform flow before the shock, flow field instabilities of the *Taylor-Görtler* type may exist.

Boundary layer type flow along a flat plate with cooling may show instability with respect to *Taylor-Görtler* type disturbances rather than *Tollmien-Schlichting* disturbances because of the slight curvature of the streamlines within the boundary layer.

O. EMERSLEBEN (Abt. Angew. Math. d. Math. Inst. d. Univ. Greifswald): *Über eine Parallelströmung zäher Flüssigkeiten durch Bündel von Fasern verschiedener Stärke.*

Auf der GAMM-Tagung 1954 war über die Berechnung einer doppelperiodischen Parallelströmung zäher Flüssigkeiten um Zylinder, z. B. Fasern, von unter einander gleichem Querschnitt berichtet [PHYS. VERH. 53, 16—17, 1954] und gezeigt worden, wie man durch Superposition auch die Strömung um Bündel von Fasern verschiedener Stärke berechnen kann. [Vgl. Z. ANGEW. MATH. MECH. 35, 156—160, 1955, insbesondere Bild 3].

Diese Berechnungen sind inzwischen durchgeführt worden. Z. B. wurde die Parallelströmung einer inkompressiblen zähen Flüssigkeit berechnet durch ein Strömungsbett, bestehend aus Zylindern — z. B. Fasern — verschiedener Stärke, die derart gleichmäßig verteilt sind, daß die Zylinder bzw. Fasern der einen Stärke nach 2 Richtungen der Querschnittebenen gleichmäßig, also periodisch angeordnet sind und daß sich jeweils in der Mitte zwischen je 4 benachbarten Fasern der einen Art eine Faser der anderen Art (der anderen Stärke) befindet. Über diese Berechnung und ihre Ergebnisse, insbesondere die Abhängigkeit der Durchflußmenge von der Faseranordnung, ist berichtet worden. Übersichtliche Verhältnisse ergeben sich, wenn man die Durchflußmenge in Abhängigkeit von der Porosität (d. h. der von strömender Flüssigkeit erfüllte Querschnitt als Bruchteil des Gesamtquerschnittes) betrachtet. In weiten Grenzen kann man das Ergebnis dahin zusammenfassen, daß bei gleicher Anzahl von Fasern innerhalb eines bestimmten Querschnittes die Abhängigkeit der Durchflußmenge von der Porosität durch Unterschiede in der Faserstärke nicht sehr beeinflußt wird. Die gute Anwendbarkeit der früheren Ergebnisse auf mannigfachem Gebiete [O. Emersleben, Über eine exakt berechnete Parallel-

strömung zäher Flüssigkeiten..., Greifswald 1957] dürfte mit darauf beruhen, daß sich solche Unterschiede in der Faserstärke u. dgl. nicht erkennbar ausgewirkt haben.

#### K. OSWATITSCH (Aachen): Über die Grenzschichtablösung.

Als Kriterium für die Ablösung der wandnahen Schichten wird das Abzweigen von Stromlinien von der Wand genommen. Dabei erweist sich die im Zweidimensionalen gebräuchliche Bedingung des Verschwindens der Wandschubspannung nur als notwendig. Als ein Maß für die Ablösung kann der „Ablösungswinkel“, der Winkel der Ablösungsstromlinie mit der Wand, verwendet werden. In Erweiterung einer Formel von *Legendre* wird er durch die lokalen Druck- und Schubspannungsgradienten allein dargestellt. Die damit für die inkompressible Zylinderströmung und eine *Prandtl-Meyer*-Kompressionsströmung errechneten Werte decken sich mit den Beobachtungen. Im allgemeinen Fall der dreidimensionalen Strömung ergeben sich in Übereinstimmung mit den vorangegangenen französischen Untersuchungen „Ablösungszentren“, die durch Wandstromlinien miteinander verbunden sind. Nur in diesen Zentren gibt es Verzweigungsstromlinien von der Wand. Die Ergebnisse für die inkompressible und die kompressible Strömung sind im wesentlichen dieselben.

#### K. NICKEL (Inst. f. Angew. Math. d. TH Karlsruhe): Einige Eigenschaften der Lösungen der Grenzschicht-Differentialgleichungen.

Betrachtet wird die laminare stationäre und zweidimensionale Grenzschicht eines inkompressiblen Mediums an einer porösen Wand bei beliebigem, aber senkrechtem Absaugen oder Ausblasen. Bei vorgegebenem Anfangs-Geschwindigkeitsprofil sollen Aussagen gemacht werden über die Gestalt der Geschwindigkeitsprofile weiter stromabwärts. Dazu werden Abschätzungs- und Einzigkeitssätze hergeleitet für die Lösung  $z(x,y)$  einer partiellen expliziten parabolischen Differentialgleichung

$$z_x = f(x,y,z,z_y,z_{yy}).$$

Anwendung dieser Sätze auf die v. *Mises*sche und *Crocco*sche Gestalt der Grenzschicht-Differentialgleichungen liefert:

1. Übergeschwindigkeiten können nicht von selbst entstehen, sind sie entstanden, so können sie nicht weiter anwachsen.
2. Die Schubspannung nimmt ihre Extremwerte nicht ausschließlich im Innern der Strömung, sondern an der Wand oder im Anfangsprofil an. Das bedeutet: Ein „Aufsteilen“ eines Geschwindigkeitsprofils im Innern der Strömung ist nicht möglich, sowie: monotone Geschwindigkeitsprofile bleiben auch stromabwärts noch monoton. Weiter gilt sogar: Die Anzahl der Extremwerte eines Profils kann sich stromabwärts höchstens vermindern.
3. Rückströmen kann nicht im Innern der Strömung eintreten, sondern nur an der Wand beginnen, bei Gleichdruck oder Druckabfall in Strömungsrichtung kann keine Rückströmung entstehen.
4. Besitzt das Anfangsprofil  $W$  Profilwendepunkte und wechselt der Druckgradient der Außenströmung zwischen Anfangs- und Endprofil  $G$  mal das Vorzeichen, dann hat das Endprofil höchstens  $W+G+1$  Wendepunkte, falls die Wand undurchlässig ist.
5. Einzigkeit. Zu gegebenem zweimal differenzierbarem Anfangsprofil, das kein Ablöseprofil ist, gibt es höchstens eine Lösung der Grenzschichtdifferentialgleichungen.



A. OUDART (Paris): *Dreidimensionale Grenzsichten (schraubenförmige Platte).*

Es handelt sich um die Grenzschicht an einer schraubenförmigen Platte bei gleichförmigem Eindringen in eine Flüssigkeit, sowie um die Grenzschicht in einer Flüssigkeit bei Umströmung einer schraubenförmigen Platte.

In beiden Fällen würde die Bewegung einer reibungslosen Flüssigkeit durch die Platte nicht geändert werden; durch die Reibung entstehen aber Grenzschichten.

Das Verfahren gibt keine laminare Ablösung; doch handelt es sich dabei nur um eine Vermutung, die aber um so wahrscheinlicher ist, je größer bei gegebener Randneigung das Seitenverhältnis der Platte ist.

E. EICHELBRENNER (Paris): *Neue Ergebnisse zur Ablösung der laminaren Grenzsichten in dreidimensionaler Strömung.*

Eine wesentlich dreidimensionale Definition der laminaren Ablösung wird mit Hilfe geometrischer Betrachtungen und auf Grund einer Regularitätshypothese für zähe Strömungen herausgearbeitet.

Diese Definition wird auf eine Familie abgeplatteter Ellipsoide mit und ohne Anstellung bei inkompressibler Strömung angewendet. Die Beschränkung auf das Inkompressible ist dabei nicht wesentlich.

Die Untersuchung des konkreten Falls eines Ellipsoids vom Achsenverhältnis  $1:3:6$  gestattet es, eine Änderung im Charakter der Strömung innerhalb der Grenzschicht für einen kritischen Anstellwinkel vorauszusagen.

Versuche im „tunnel hydrodynamique“ der O.N.E.R.A. haben diese Änderung des Strömungscharakters in guter Übereinstimmung mit den Voraussagen der Theorie bestätigt.

G. HELLWIG (Math. Inst. d. TU Berlin): *Partielle Differentialgleichungen vom gemischten Typus.*

Eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$A \varphi_{xx} + 2B \varphi_{xy} + C \varphi_{yy} + D = 0 \quad \dots (1)$$

wird bekanntlich im Punkte  $(x,y)$  vom elliptischen, hyperbolischen bzw. parabolischen Typus genannt, je nachdem ob

$$B^2 - AC < 0; \quad B^2 - AC > 0; \quad B^2 - AC = 0$$

ist. Dies ist eine vollständige Fallunterscheidung allerdings nur bezüglich eines Punktes. Betrachtet man dagegen (1) in einem Gebiet  $G$  der  $x,y$ -Ebene, so treten neben den oben genannten Fällen (ihre Hauptvertreter sind

$$\varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0; \quad \varphi_{xx} - \varphi_{yy} = 0; \quad \varphi_{xx} - \varphi_y = 0)$$

noch drei weitere auf, die bisher in die Lehrbuchliteratur kaum Eingang gefunden haben. In  $G$  kann (1) auch vom elliptisch-parabolischen, vom hyperbolisch-parabolischen bzw. vom elliptisch-parabolisch-hyperbolischen Typus sein. Als einfachstes Beispiel sei

$$y \varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0 \quad \dots (2)$$

$$\text{für } -\infty < x < \infty \text{ und } y \geq 0, \text{ bzw. } y \leq 0, \text{ bzw. } -\infty < y < \infty$$

erwähnt. Solche Gleichungen nennt man Differentialgleichungen vom gemischten Typus. Sie haben größte Bedeutung für die Anwendungen, insbesondere für die Gasdynamik, wenn auch ihre mathematische Erforschung noch in den Anfängen steckt.

So geschieht bekanntlich die mathematische Beschreibung der ebenen, wirbelfreien Strömung eines Gases durch

$$(c^2 - \varphi_x^2) \varphi_{xx} - 2 \varphi_x \varphi_y \varphi_{xy} + (c^2 - \varphi_y^2) \varphi_{yy} = 0, \quad \dots (3)$$

wobei  $\varphi$  das Geschwindigkeitspotential und  $c$  die lokale Schallgeschwindigkeit ist, die sich als reine Funktion der Geschwindigkeit

$$c = c(\sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2})$$

ergibt. (3) ist bekanntlich eine Gleichung vom gemischten Typus, nämlich elliptisch falls die Strömungsgeschwindigkeit  $w < c$  ist, hyperbolisch falls  $w > c$  und parabolisch falls  $w = c$  ist..

Für diese neuen Fälle sind zunächst geeignete Anfangs- und Randwertprobleme ausfindig zu machen. Das kann bisher nur für die einfachsten Gleichungstypen geschehen. Trotzdem läßt sich damit schon ein roher Zusammenhang mit der Gleichung (3) herstellen. Benutzt man nämlich eine Hodographentransformation, so geht (3) in eine lineare Gleichung über. Betrachtet man diese nur in eine Umgebung der Schallkurve ( $w = c$ ), so ergibt die Gleichung (2) — natürlich mit anderer Bedeutung für  $x, y, \varphi$  — bereits eine brauchbare erste Näherung.

G. LEIBFRIED (Inst. f. Theor. Phys. d. Univ. Göttingen): *Über die Versetzungstheorie der Festkörpermechanik.*

Kristallfehler und physikalische Eigenschaften. Was ist eine Versetzung? Stufen- und Schraubenversetzungen. Beliebige Versetzungslinien. Burgersvektor. Elastizitätstheorie. Elastische Energie. Auswahl des *Burgers*-Vektors. Mathematische Probleme der Elastizitäts- und Gittertheorie einer Versetzung. Kräfte und Bewegung. Erzeugung von Versetzungen. Versetzungsanordnungen. Korngrenzen als Versetzungsanordnung.

R. TIMMAN (Delft): *Dreidimensionale Grenzschichten.*

(Kein Manuskript eingegangen.)

C. TRUESDELL (z. Z. Bologna): *Neuere Anschauungen über die Geschichte der Mechanik.*

Der frühen Geschichte der Mechanik und insbesondere der Entwicklung der Theorie der Massenpunktbewegungen sind eingehende historische Arbeiten gewidmet worden, über die Forschungen der großen Mathematiker des 18. Jahrhunderts auf dem Gebiet der Mechanik ist jedoch fast nichts vorhanden. In der Tat wird heute noch die Meinung *Machs* allgemein vertreten, nach der die Grundgesetze der Mechanik von *Galilei* und *Newton* aus Experimenten abgeleitet worden und alles Spätere nur mathematische Umarbeitung sei. Diesem Standpunkt widersprechen aber folgende einfache Betrachtungen. (1) Die Mechanik, mit der wir die umgebende Welt erklären, und auch die Mechanik, die den Gegenstand der heutigen Forschung bildet, handelt nicht von materiellen Punkten, sondern vielmehr von kontinuierlichen Körpern. (2) Zur Zeit *Newtons* ist nicht nur keine Theorie der kontinuierlichen Massen vorgeschlagen worden, sondern auch kaum ein Einzelproblem dieses Gebietes richtig gelöst worden. (3) Die klassischen Theorien der raumerfüllenden Körper, nämlich des starren, flüssigen und elastischen Mediums, sind alle erst im 18. Jahrhundert oder noch später entstanden. (4) Wenn die Prinzipie der Punktmechanik wirklich für die gesamte Mechanik ausreichen, hätten *Newton* und seine Schüler wenigstens einige richtige Partikularlösungen für die Bewegung starrer oder flüssiger Körper finden können; es muß daher etwas prinzipiell Neues im 18. Jahrhundert entdeckt worden sein zur Aufstellung der richtigen Theorien. (5) Wenn diesen schönen und höchst originellen Schöpfungen von Historikern und Philosophen der Wissenschaft fast keine Beachtung geschenkt worden ist, mag es wohl sein, daß die Methoden und Anschauungen der großen Mechaniker des 18. Jahrhunderts mit den Ansichten des späteren Materialismus oder des Positivismus nur wenig übereinstimmen.

Es wird nun versucht, die Entwicklung des Begriffs des kontinuierlichen Körpers durch *Euler* und *Cauchy* zu skizzieren. Schon ein flüchtiger Überblick über das Schrifttum vor 1750 lehrt, daß die damaligen Begriffe der Trägheit schwankend und unzulänglich waren. Es ist daher ein sehr großes Verdienst von *Euler*, daß er nach jahrzehntelangen Studien den Impuls- und Drehimpulssatz in der einfachen und allgemeinen Form, wie wir sie heute kennen, endgültig formuliert hat. Zu diesen allgemeinen Gesetzen der Mechanik gelangte er im engen Zusammenhang mit der Aufstellung seiner Theorie der idealen Flüssigkeit und des starren Körpers — der Impulssatz war eine notwendige Vorstufe für die erstere, der Drehimpulssatz ebenso bzw. die Endform der letzteren. Den allgemeinen Spannungsbegriff verdanken wir *Cauchy*. In methodischer Hinsicht müssen wir zwischen Erfahrung und Experiment klar unterscheiden: wenn auch diese großen Theorien — die Grundsteine der heutigen Forschungen und Anwendungen — aus der



Erfahrung abgeleitet und herauskristallisiert wurden, ist ihre Entwicklung von speziellen Experimenten überhaupt nicht beeinflusst worden. Vielmehr illustriert ihre Entwicklungsgeschichte den größten Erfolg der mathematischen Denkweise in der Mechanik: sie ist das Grundbeispiel der rationalen Mechanik.

## Nachmittag

### 1. Parallelsitzung: A. Angewandte Mathematik

F. REUTTER (Math. Inst. d. TH Aachen): *Nomographische Darstellung von Funktionensystemen und ihre Anwendung.*

Als allgemeine Darstellung eines Systems von zwei linear unabhängigen Funktionen

$$u = u(x, y) \text{ und } v = v(x, y)$$

wird ein Nomogramm mit zwei i. a. krummlinigen Skalenträgern für die  $u$ - und die  $v$ -Skala und zwei Gleitkurvenscharen

$$x = x_c = \text{const. und } y = y_c = \text{const.}$$

angegeben. Durch die Forderung, daß die Tangentenmannigfaltigkeit jeder Kurve sowohl der einen als auch der anderen Gleitkurvenschar je in ein Strahlenbüschel entarten soll, erhält man ein Fluchtliniennomogramm mit vier i. a. krummlinigen Skalenträgern für  $x, y, u, v$ . Die analytischen Bedingungen für die Darstellbarkeit des Funktionensystems durch ein Fluchtliniennomogramm, bei dem vier zusammengehörige Punkte auf einer Ablesegeraden liegen, werden ermittelt.

Für die Anwendungen interessiert besonders der Fall, daß die beiden Funktionen einem System partieller Differentialgleichungen erster Ordnung genügen. Die einfachsten und wichtigsten derartigen Systeme sind

$$u_x = v_y, u_y = -v_x \text{ und } u_x = v_y, u_y = v_x.$$

Die Parameterdarstellungen der vier Skalen gewinnt man durch Quadrate und Differentiationen. Je zwei von ihnen haben zum gemeinsamen Skalenträger eine Kurve zweiter Ordnung, die auch in ein reelles Geradenpaar zerfallen kann.

Die Untersuchungen lassen sich auch auf Nomogramme mit anderen Ablesevorschriften ausdehnen. Schließlich kann man auf diesem Wege auch ein Fluchtliniennomogramm für die Lösung von speziellen Anfangswertproblemen gewisser Systeme von partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung gewinnen, ohne die analytische Darstellung der Lösung zu ermitteln.

### J. SCHRÖDER (Braunschweig): *Vergleich von Iterationsverfahren.*

Viele spezielle Iterationsverfahren lassen sich behandeln als I-Verfahren für Elemente eines metrischen Raumes. Gewöhnlich setzt man voraus, daß der I-Operator einer Lipschitz-Bedingung genügt. Der Konvergenzbeweis erfolgt dann — so kann man es deuten — durch Vergleich mit einem I-Verfahren für Zahlen mit linearem Operator. Von einer allgemeineren Abschätzung ausgehend werden hier Aussagen (u. a. Fehlerabschätzungen) durch Vergleich mit nichtlinearen I-Verfahren erhalten. Für den Abstand und die Elemente der Vergleichsverfahren kann man auch allgemeinere Größen verwenden, bei Eigenwertaufgaben oft zweckmäßigerweise Vektoren. Abschätzungen der vorausgesetzten Art lassen sich herleiten für das Newtonsche

Verfahren (allgemeinerer Art: in die Ableitung können andere Elemente als die Näherungselemente eingesetzt werden). Das I-Verfahren zur Berechnung des größten Eigenwertes einer Matrix (eines linearen Operators) ist z. B. ein Newtonsches Verfahren solch allgemeinerer Art.

H. EHRMANN (Ehningen): *Ein abstrakter Satz zur Konvergenzerzeugung und Konvergenzverbesserung für Iterationsverfahren bei nichtlinearen Gleichungen.*

Während es bei Gleichungen mit einer oder mehreren Zahlen als Unbekannte unter gewissen Differenzierbarkeitsvoraussetzungen gewöhnlich ohne große Schwierigkeit möglich ist, brauchbare Iterationsverfahren von genügend hoher Ordnung (Konvergenzgüte) aufzustellen, muß man sich bei allgemeineren Gleichungen (Differential-, Integral- Funktionalgleichungen u. a.) im allgemeinen mit „linear konvergenten“ Iterationsverfahren begnügen, um die Rechenarbeit in angemessenen Grenzen zu halten oder weil die explizite Angabe der auftretenden inversen Operatoren grundsätzliche Schwierigkeiten macht. Zur Aufstellung solcher Iterationsverfahren wird ein abstrakter Satz angegeben, der ausgehend von einer allgemeinen impliziten Gleichung für eine unbekannte Größe (Zahl, Vektor, Funktion u. dgl.) ein Verfahren mit Fehlerabschätzung liefert, in dem einerseits zahlreiche bekannte Verfahren als Sonderfälle enthalten sind und mit dem andererseits in vielen Fällen die Konvergenz erzeugt oder verbessert werden kann. Dies wurde an Beispielen verschiedener Gleichungstypen veranschaulicht.

W. DÜCK (Jena): *Funktionalanalytische Fassung der Iterationsverfahren bei Eigenwertproblemen.*

Die Iterationsverfahren zur Bestimmung von Eigenwerten und Eigenwertelementen bei Eigenwertproblemen der Gestalt

$$(M - N)y = 0$$

wurden funktionalanalytisch interpretiert. Die Operatoren  $M$  und  $N$  wurden dabei als linear, selbstadjungiert und positiv vorausgesetzt und die Elemente  $y$  einem linearen, metrisierten Raum entnommen. In diesem Raum können zunächst mit Hilfe der gemachten Voraussetzungen über die Operatoren des Problems sogenannte ausgezeichnete Skalarprodukte definiert werden, auf die alle weiteren Betrachtungen bezogen wurden. Nach Formulierung des Iterationsverfahrens wurden Aussagen über die Konvergenz der Folge der Schwarz'schen Quotienten und der Iterationselemente gemacht. Existenz- und Entwicklungsfragen wurden nur kurz angedeutet.

I. BABUŠKA (Math. Inst. d. Tschechoslowakischen Akad. d. Wiss. Prag): *Über Schwarz'sche Algorithmen in partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik.*

Vor ungefähr 100 Jahren hat Schwarz die Lösung des Dirichletschen Problems auf einem Gebiete, das durch die Vereinigung zweier Gebiete entsteht, auf denen das Problem allgemein lösbar ist, angedeutet. Seit dieser Zeit hat sich eine ganze Reihe Autoren mit dieser Methode beschäftigt. Das Studium der Konvergenz verlief in zwei Richtungen. Die erste benützt für den Konvergenzbeweis grundsätzlich das Maximumprinzip und gilt z. B. für elliptische Gleichungen zweiter Ordnung. Die zweite beruht auf der Variationsmethode.

In dem Beitrag wurde gezeigt, daß man alle Beweise, die auf der Variationsmethode beruhen, von folgendem Satz der Funktionsanalyse ableiten kann.

**Satz:** Es sei  $H$  ein Hilbertscher Raum und  $H_1$  und  $H_2$  seine Unterräume. Weiter sei

$$H_0 = H_1 \cap H_2$$

und  $P_i$  die Projektoren auf  $H_i$  für  $i = 0, 1, 2$ . Dann gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (P_1 P_2)^n = P_0.$$

Mit Hilfe dieses Satzes läßt sich nicht nur die Konvergenz der schon bekannten Fälle in einer stärkeren Form beweisen, sondern es lassen sich auch neue Algorithmen bilden, die Algorithmen vom *Schwarz*schen Typ genannt wurden. Es wurde ein Beispiel angeführt.

Am Schluß des Referates wurde behauptet, daß der angeführte Fundamentalsatz auch in anderen Gebieten der Mathematik, z. B. in der Theorie der Integralgleichungen angewendet werden kann.

## 2. Parallel-Sitzung: B. Mechanik

**J. KLITCHIEFF** (Belgrad): *Biegemomente in einem rechtwinkligen Trägerrost.*

Das Problem kommt im Schiffbau vor, wo der Rost aus vielen Querträgern und wenigen Längsträgern besteht. Eine sehr praktische, im Westen wenig bekannte Lösung wurde 1901 von *I. G. Bubnov* in russischer Sprache veröffentlicht. Sie bezieht sich auf gleiche Belastungen und gleiche Auflagerbedingungen aller Querträger, versagt also, wenn sich einige Querträger von den übrigen durch größere Steifigkeit und Einspannungsmomente (Rahmenspannte), nachträgliche Stützungen (Deck-Stützen mit Lukenendbalken, bzw. Deckunterzügen verbunden), oder Belastung (Maschinen) unterscheiden. Um solche Fälle zu erfassen, wurden die elastischen Linien der Längsträger in trigonometrischen Reihen ausgedrückt, dagegen für die Durchbiegungen der Querträger geschlossene Ausdrücke behalten. Es wurden nur freiaufliegende Längsträger behandelt.

**J. SZABO** (Budapest): *Anwendung der Matrizenrechnung zur numerischen Lösung einiger Probleme der Festigkeitslehre.*

Der Zusammenhang zwischen den Stützmomenten, den vertikalen Stützbewegungen und der Belastung eines in äquidistanten Punkten elastisch gelagerten Balken ergibt ein lineares Gleichungssystem, das man als Matrixgleichung schreiben kann. Die Koeffizientenmatrix dieser Matrizen-gleichung ist eine Funktion einer gut bekannten kontinuierlichen Matrix und ist daher mit Hilfe der Spektralauflösung leicht invertierbar.

Die Lösung der Tränergitter, deren Balken äquidistant und parallel sind, ist äquivalent der Auflösung eines solchen linearen Gleichungssystems, bei dem die Anzahl der Gleichungen gleich der Zahl der Knotenpunkte ist. Das Gleichungssystem des Tränergitters kann als Matrixgleichung geschrieben werden, in welcher der Zusammenhang zwischen den lotrechten Belastungen und den Koeffizienten als Funktion einer bekannten kontinuierlichen Matrix ausgedrückt werden kann. Die Lösung der Matrixgleichung des Tränergitters mit Hilfe der Spektralauflösung ergibt statt eines Gleichungssystem mit  $n$  mal  $m$  Unbekannten  $n$  mal  $m$  Gleichungen mit je einer Unbekannten. Die Methode ist für die Rechenmaschine gut zu verwenden.

**G. SONNTAG** (TH München): *Beitrag zur anisotropen gelochten Scheibe.*

Der Rand eines Loches in einer einachsig gedrückten unendlichen Scheibe erfährt bekanntlich senkrecht zur äußeren Druckrichtung eine Zugspannung.



Es wird gezeigt, welchen Einfluß auf diese Zugspannung eine Anisotropie der Scheibe infolge von Schichten senkrecht zur Druckrichtung mit wechselnder Elastizität und Höhe auch unter Zulassung von gleitenden Verschiebungen der Schichtränder gegeneinander, ausübt.

E. WEINEL und W. WALLISCH (Inst. f. Angew. Math. u. Mech., Jena): *Das Elastizitätsgesetz für schwach verbundene Stäbe.* (Voretr. von W. Wallisch)

Bisher legte man üblicherweise der Behandlung von spannungslos verwundenen Stäben das Elastizitätsgesetz des prismatischen Stabes zugrunde. Es erweist sich, daß dies nur für die Biegung zulässig ist, während für die Dehnung und Drillung ein durch Koppelung hervorgerufener Effekt erster Ordnung ein modifiziertes Elastizitätsgesetz erfordert.

Man gelangt zu diesem Gesetz durch Integration der dreidimensionalen Grundgleichungen im Sinne einer Theorie erster Ordnung.

H. LIPPMANN (Inst. f. Bilds. Form. d. Metalle, Zwickau): *Begründung einer auf Kristallplastizität beruhenden mathematischen Plastizitätstheorie.*

Die makroskopische Verformung eines Metallvolumens summiert sich aus den Einflüssen kristalliner Ableitungen.

Vorgegeben sei die (evtl. zeitabhängige) Ableitung, die eine in einer gewissen Gleitebene herrschende Schubspannung unter vorgegebener Normalspannung in dieser hervorruft; ferner eine räumliche Verteilung der Gleitebenen, eine Spannungsverteilung und eine Volumenkraft. Neben dem Spannungsgleichgewicht erhält man die Werkstoffgleichungen wie folgt:

Man berechnet aus der Spannungsverteilung die Schub- und Normalspannungen in allen Gleitebenen, schließt daraus auf deren Ableitungen und addiert diese.

Es existieren phänomenologische und theoretische Ansätze für den vorausgeschickten in den Gleitebenen herrschenden Zusammenhang. Auf Grund solcher lassen sich zunächst eindimensionale Beispiele berechnen.

Dann und nur dann, wenn die Ableitungen unabhängig von der Normalspannung sind, rechtfertigt sich der Misessche Ansatz eines plastischen Potentials.

### 3. Parallelsitzung: C. Strömungslehre

H. SÖHNGEN (Inst. f. Math. d. TH Darmstadt): *Eine mögliche Erklärung des rotating stall.*

Unter rotating stall versteht man eine umlaufende Abreißströmung, die in Achsialverdichtern insbesondere bei kleinen Drehzahlen beobachtet wurde. Da Ablösevorgänge in Rohren zu der Erregung von Eigenschwingungen des Gases führen, so wird zunächst nach den Frequenzen und Schwingungsformen gefragt, die durch einen ungleichförmigen Ablösevorgang an einem Gitter besonders leicht erregt werden können. Als Auswahlprinzip wird dabei dasjenige der Minimums der ausgestrahlten Energie genommen. Ersetzt man den Ablösevorgang am Gitter durch eine Quellreihe veränderlicher Intensität, so erhält man zwei Grundschwingungsformen, die über das Gitter mit entgegengesetzter und verschiedener Geschwindigkeit laufen. Ihre Überlagerung führt insbesondere für kleine Strömungsgeschwindigkeiten zu einer modulierten Schwingung, wobei die Modulationswelle mit dem Mittelwert der stationären Tangentialgeschwindigkeiten vor und hinter dem Gitter über dieses läuft.

W BADER (Berlin): *Zur Ausströmung bei Drallgeräten.*

Es wurde unter vereinfachenden Annahmen die Ausströmung bei technischen Zyklonen untersucht; hieraus wurden Schlüsse auf die Arbeitsweise dieser Geräte gezogen.

S. PIVKO (Inst. f. Luftfahrttechn. Belgrad): *Über ein vereinfachtes Bild der Strömung um eine Mantelschraube mit zentralem Rotationskörper ohne Anstellwinkel.*

Durch geeignetes Überlagern von elementaren Potentialströmungen kann man ein brauchbares Bild der Parallelunterschallströmung um einen Rotationskörper mit Luftschraube ohne Anstellung, die sich im Innern eines Ringflügels dreht, erhalten. Der Rotationskörper ist durch eine punktweise Verteilung der räumlichen Quellen und Senken auf der Symmetrieachse ersetzt. Die durch die Schraube hervorgerufene zusätzliche Strömung kann sich durch Überlagerung zweier Strömungsanteile darstellen. Der erste Anteil besteht aus einer Parallelströmung der konstanten Geschwindigkeit im Gebiete hinter der Schraube. Als zweiten Anteil der Störungsströmung hat man eine gleichmäßige Belegung von Senken mit konstanter Schluckfähigkeit auf der wirksamen Schraubenkreisringfläche  $\pi(R^2 - R_t^2)$ , wobei  $R$  der Schraubenhalbmesser und  $R_t$  der Nabenhalmmesser ist, anzubringen. An der Innenseite des Schraubenmantels soll die Normalgeschwindigkeit der durch die Schraube hervorgerufenen Strömung Null sein. Diese Randbedingung kann man in einzelnen Punkten des Strahlumfanges angenähert dadurch erreichen, daß wir der betrachteten, von der Senkenbelegung hervorgerufenen Strömung noch eine gleiche Strömung, mit der um  $2R$  parallel verschobenen Symmetrieachse, überlagern. Der Ringflügel wird zuletzt durch ein System von Ringquellen und Ringwirbeln mit punktweise veränderlicher Ergiebigkeit und Zirkulation ersetzt.

E. VAN SPIEGEL (Nationaal Luchtvaartlabor. Amsterdam): *Über singuläre Lösungen des Tragflächenproblems.*

Ein Vergleich zwischen dem regulären Beschleunigungspotential mit vorgeschriebener Normalbeschleunigung an einer kreisförmigen oder elliptischen Tragfläche und dem Beschleunigungspotential, abgeleitet von dem regulären Geschwindigkeitspotential mit vorgeschriebener Normalgeschwindigkeit an der Tragfläche, schafft die Möglichkeit, singuläre Beschleunigungspotentiale zu konstruieren, welche die Kutta-Bedingung erfüllen, eine Quadratwurzelsingularität an der Vorderkante der Tragfläche besitzen und eine Normalgeschwindigkeit gleich Null auf der Tragfläche haben. Überdies ist es möglich, auf diesem Wege eine Relation für die Greensche Funktion zweiter Art abzuleiten, welche wesentlich von einer von Küssner gegebenen Relation abweicht.

H. KORST (z. Z. Wien): *Zur theoretischen Bestimmung des Dellenendrucks bei abgelöster Strömung.*

Betrachtung des Mischungsvorganges entlang der Brandung des Ablösungsgebietes ermöglicht die theoretische Behandlung des Problems (Base pressure problem). Das vorgeschlagene vereinfachte Strömungsmodell gibt besonderes Augenmerk dem Fall mit turbulenter Strahlmischung und einer Grundströmung mit Schall- oder Überschallgeschwindigkeit. Erklärung der Einflüsse bisher experimentell nachgewiesener Parameter ist möglich. Bemerkenswert erscheint der Hinweis auf einen von der Dellenströmung bestimmten Mechanismus der Ablösungserscheinung. Theoretische Lösungen zeigen asymptotisches Verhalten für hohe Reynoldssche Zahlen, wobei solche Spezialfälle besonders interessieren, die ohne empirische Faktoren gerechnet

werden können, demnach durch Vergleich mit vorhandenen Versuchsergebnissen eine direkte Bewertung der Theorie gestatten.

#### 4. Parallelsitzung: C. Strömungslehre II

F. KEUNE (Inst. f. Angew. Gasdyn. d. DVL Aachen): *Singularitätentheorie der linearen Unter- und Überschallströmung um Körper nicht mehr kleiner Streckung ohne Auftrieb.*

Das Geschwindigkeitspotential einer linearisierten gasdynamischen Strömung, die durch die *Prandtl-Glauert-Transformation* auf die bei den *Mach-Zahlen* Null oder  $1/2$  gebracht werden kann, sei durch eine Zuordnung von Dickenverteilung und Quellverteilung dargestellt. Ist bei diesen beiden Vergleichsmachzahlen die Breitenausdehnung des Körpers und seiner Quellverteilung kleiner als die Ausdehnung in Tiefenrichtung, so läßt sich das allgemeine Potential in eine Reihe nach geraden Potenzen der Querabstände von der Körperachse entwickeln. Diese Entwicklung stützt sich auf eine Verallgemeinerung [Z. FLUGWISS. 5, 121, 1957] der Gedankengänge von A. Betz [ING. ARCH. 1932, S. 454] zum Singularitätenverfahren. Das allgemeine Glied der Reihe wurde mitgeteilt, nachdem die ersten beiden berechnet wurden. Das erste Glied ist die Theorie für Körper kleiner Streckung, während das zweite Glied der Reihe bisher mit einem wesentlich größeren Rechenaufwand rein mathematisch als Formel angegeben wurde. Es zeigt sich nun, daß alle Glieder einen ähnlich einfachen und übersichtlichen Aufbau haben wie das der Theorie für Körper kleiner Streckung.

Das Ergebnis der Theorie führt physikalisch zu der Aussage, daß neben der Verteilung der Querschnittflächen über die Körpertiefe auch noch die Größe der Flächenelemente und ihre Abstände in Querschnittsebenen für den Charakter der Strömung verantwortlich sind. Zu diesen Einflüssen ist eine rein zweidimensionale Querschnittsströmung zu addieren. Mit der Verteilung der Querschnittsflächen allein wurde die „area rule“ gewonnen, die in Schallnähe so bedeutungsvoll ist. Die hier gewonnenen zusätzlichen Glieder gestatten eine Ausweitung der Theorie auf größere Streckungen oder höhere Überschallmachzahlen. Dort tritt die neue Theorie an die Stelle der „Flächenregel“ oder „area rule“.

G. ROMBERG (Inst. f. Angew. Gasdyn. d. DVL Aachen): *Beitrag zur Theorie der auftriebslosen Schallströmung an Rotationshalbkörpern.*

Die Ermittlung der auftriebslosen stationären Schallströmung an schlan- ken Rotationshalbkörpern führt auf eine Randwertaufgabe bei der nicht- linearen Potentialgleichung

$$-\Psi_{xx} \cdot \Psi_x + (1/y) \cdot \Psi_y + \Psi_{yy} = 0. \quad \dots (1)$$

(x,y dimensionslose kartesische Koordinaten;  $\Psi(x,y)$  dimensionsloses Po- tential.)

Als richtungweisend zu einer Linearisierung des vorliegenden Problems wird die von *Guderley* und *Yoshihara* gefundene asymptotische Lösung an- gesehen, welche das typische Verhalten der Schallströmung in großem Ab- stand vom Körper stromaufwärts der Abhängigkeitsgrenze beschreibt und einer Doppelquelle bei inkompressibler Strömung entspricht. In Anlehnung an diese Lösung wird das nichtlineare Problem durch die Substitution

$$\Psi_{xx} = g(x) \cdot h(y) \quad \dots (2)$$

in der Gleichung (1) linearisiert. Im Ansatz (2) bezeichnet  $g(x)$  eine zu-



nächst willkürliche Funktion mit der Eigenschaft  $g(x) > 0$  für  $x < 1$ , während mit  $h(y)$  ein Element einer dreiparametrischen Schar gemeint ist, welche Funktionen der Gestalt ( $a$  eine Konstante)  $h(y) = y^a$  und solche noch allgemeineren Bauart enthält.

Die Lösung des linearisierten Problems läßt sich durch Abbilden auf ein klassisches Randwertproblem bei der Wärmeleitungsgleichung finden. Für kleine Querabstände von der Achse ergeben sich die gesuchten Unterschiede der Strömung und des Widerstandsbeiwertes gegenüber den Resultaten von *Oswatitsch* und *Keune*, welche konstanten Störgeschwindigkeitsgradienten in Achsenrichtung annehmen.

W. SCHMIDT (Inst. f. Angew. Gasdyn. d. DVL Aachen): Herleitung und Genauigkeit eines Invarianzkriteriums für die Strömungszusammenhänge an vergleichbaren Körpern.

Beim Vergleich von Körpern gleicher Verteilung der Querschnittsflächen über die Tiefe (äquivalente Körper) zwischen verschiedenen *Mach*-Zahlen ist ein Äquivalenzsatz nach *Oswatitsch* und *Keune* bekannt. Er gestattet die Behandlung von schlanken Körpern kleiner Streckung in der auftriebslosen linearen Unter- und Überschallströmung und die von Körpern normaler Streckung in der nichtlinearen schallnahen Strömung durch Zurückführung der Strömungsverhältnisse auf einen äquivalenten Rotationskörper. Bei dickeren Körpern verursachen zusätzliche Quellverteilungen eine erhebliche Vergrößerung des Rechenaufwandes. Durch ein Invarianzkriterium [*Keune-Schmidt*: WGL-JAHRB. 1956] wird dieser dadurch wesentlich vermindert, daß am selben Körper nur die Strömungsdifferenzen zwischen zwei *Mach*-Zahlen betrachtet werden. Die mathematische Herleitung dieses Satzes wird insbesondere auch für Flügel-Rumpf-Kombinationen unter den genannten Voraussetzungen gegeben.

Die Genauigkeit des Kriteriums wird am Beispiel eines Schwalbenschwanzflügels unter Zugrundelegung der zweiten Näherung gezeigt. Die Auftragung der Geschwindigkeitsfehler über der *Mach*-Zahl läßt deutlich erkennen, daß bei Schallgeschwindigkeit die Theorie für Körper kleiner Streckung die kleinsten Abweichungen hat. Aus dem Kurvencharakter ersieht man ferner, daß in einem *Mach*-Zahlbereich die Fehlerdifferenz des Invarianzkriteriums kleiner ist als der Fehler bei einer in diesem Bereich vorgegebenen *Mach*-Zahl. Das Invarianzkriterium, das die exakte Vorgabe einer Geschwindigkeit (Messung) voraussetzt, kann also in geeigneten *Mach*-Zahlbereichen eine größere Genauigkeit geben, als es der Äquivalenzsatz tut.

H.-G. GISPERT (II. Math. Inst. d. Univ. Halle): Berechnung der Unterschallströmung um ein symmetrisches Joukowski-Profil mit Hilfe eines Variationsproblems.

Das Problem der ebenen, stationären, kompressiblen Unterschallströmung um ein vorgegebenes Profil läßt sich bekanntlich nach *H. Bateman* [„Notes on a Differential Equation which occurs in the Two-Dimensional Motion of a Compressible Fluid and the Associated Variational Problems“, PROC. ROY. SOC. A 125, 598—618, 1929] als zwei-dimensionales Variationsproblem mit linearen Randbedingungen ansetzen, das im Unterschallgebiet regulär ist und eine verhältnismäßig einfache Gestalt für die *Poisson*-Adiabate mit dem Exponenten  $\kappa = 1,5$  annimmt. Das entsprechende Randwertproblem für die *Eulerschen* Gleichungen läßt sich, wie an anderer Stelle gezeigt wurde [*H.-G. GISPERT* „Numerische Behandlung eines 2-dimensionalen Variationsproblems aus der Gasdynamik“, WISS. Z. UNIV. HALLE VI/2, 209—222, 1957], mit dem „verbesserten“ Differenzenverfahren von *L. Collatz* [„Numerische Behandlung von Differentialgleichungen, Sprin-

ger 1951, S. 111] näherungsweise auflösen. Auf diese Weise wurden die Geschwindigkeitsverteilungen eines symmetrisch angeströmten *Joukowski*-Profils von dem Dickenverhältnis  $d = 0,18$  berechnet, die zu den Anströmungsmachzahlen  $M = \sqrt{0,36}$ ;  $\sqrt{0,4}$  gehören. Mit dem gleichen Verfahren lassen sich auch allgemeinere Profile behandeln.

**J. ZIEREP (Aachen):** *Der senkrechte Verdichtungsstoß am gekrümmten Profil.*

Bei kompressibler Umströmung eines Profils wird das lokale Überschallgebiet in vielen Fällen durch einen Verdichtungsstoß zur Unterschallseite hin abgeschlossen. Ein solcher Stoß ist häufig beobachtet worden [J. Ackeret, F. Feldmann, N. Rott: MITT. INST. AERODYN., E.T.H. Zürich 10, 1946].

Die nichtlinearen gasdynamischen Differentialgleichungen gestatten im Verein mit den Stoßgleichungen, die geometrische Form des Verdichtungsstoßes in Körpfernähe anzugeben. Er endet — bei stetiger Krümmung des Profils — senkrecht auf dem Körper, allerdings mit unendlicher Krümmung, wie bewiesen wird. Durch Integration erhält man für die Stoßform einen Ast einer Neilschen Parabel. Wichtiger noch als diese geometrische Gestalt ist der Verlauf von Druck und Geschwindigkeit unmittelbar hinter dem Stoß. Der Druck nimmt über den Stoß hinweg sprunghaft zu, um dann noch einmal rapide abzufallen — dies geschieht streng mit negativ unendlichem Gradienten. Diesem Vorgang entspricht eine starke Beschleunigung der Strömung, die sich auf das Anliegen der Grenzschicht auswirken dürfte. Dieser Effekt wurde von Ackeret u. Mitarb. (s. oben) experimentell vollauf bestätigt.

Die angestellten Überlegungen sind auch für kompressible Gitterströmungen von Bedeutung, wo der Stoß unter Umständen von der einen Wand bis zur anderen reicht. [Ausf. Veröff. in ZAMP und als DVL-Bericht.]

**E. CARAFOLI und M. IONESCU (Bukarest):** *Une théorie unitaire de l'aile supersonique en écoulement conique d'ordre supérieur.*

On démontre que tout mouvement homogène d'ordre supérieur se réduit à l'étude d'une série de singularités placées dans certains points sur la trace de l'aile dans le plan de *Busemann*, correspondant aux arêtes issues du sommet de l'aile ou aux bords d'attaque de celle-ci.

En effet, sur tout le long d'une arête qui sépare deux régions ayant des distributions différentes de vitesse verticale, on doit placer des singularités, nécessairement requises par les conditions de l'écoulement dans le voisinage de ces arêtes. Ces singularités ont un caractère hydrodynamique (sources, doublets, multipôles) de sorte que, dans le plan de *Busemann* ou dans un autre plan convenablement choisi, le problème aux limites est un simple problème de l'hydrodynamique plane.

On établit ainsi les vitesses de perturbation axiale dues à toute espèce d'arête ou bords d'attaque et on applique ensuite les formules obtenues à la détermination de la vitesse autour des ailes à bords d'attaque subsoniques ou supersoniques. On obtient de cette manière les solutions générales pour toute forme d'aile triangulaire en écoulement conique d'ordre supérieur.

Vormittag

Nach einer Ordentlichen Hauptversammlung der GAAM fand eine Diskussion über die Ausbildung der Diplom-Mathematiker mit Beiträgen von F. Reutter, G. Bertram, W. Buscham, K. Stange, E. Pestel, A. Siemens, W. Kanngießer, H. Wittmeyer und R. Wartmann statt. Anschließend

Gemeinsame Sitzung: Hauptvortrag

W. HAHN (Math. Inst. d. TH Braunschweig): Probleme und Methoden der modernen Stabilisationstheorie.

Bericht über die zweite Methode von Ljapunov und ihre Anwendungen unter besonderer Berücksichtigung neuester russischer Arbeiten.

Nachmittag

1. Parallelsitzung: A. Angewandte Mathematik I

L. SCHMETTERER (Hamburg): Erwartungstreue Schätzungen.

Die Theorie der erwartungstreuen Schätzungen gruppiert sich um 3 Probleme: (1) Existenz; (2) Eindeutigkeit; (3) Minimalschätzungen.

Es wurde besonders das 3. Problem behandelt. Neue Ergebnisse werden erzielt, wenn man anstelle der üblichen Streuung beliebige absolute Momente betrachtet. Dadurch lohnt sich auch die Verwendung funktional-analytischer Methoden. Auch für diesen allgemeineren Fall erweisen sich viele Sätze von Blackwell und Lehmann u. a. als richtig. Die praktische Bedeutung der erwartungstreuen Schätzung ist immer dann gegeben, wenn es sich um Kleinstichproben handelt, z. B. in der Qualitätskontrolle.

E. LAUTZ (RWE-Hauptv. Essen, früher SSW-Bad Neustadt): Ein praktisches Beispiel zur Korrelations-Analyse.

Es sollte die Wicklungsübertemperatur von außenbelüfteten Drehstrommotoren in Abhängigkeit von geometrischen und elektrischen Werten aus Versuchsfeldmessungen bestimmt werden. Eine direkte Berechnung war nicht möglich, weil einige Wärmeübergänge nicht definiert bzw. nicht gemessen werden konnten und außerdem eine Überlagerung verschiedener Wärmequellen vorlag. Die vorliegenden Zahlenwerte wurden daher einer eingehenden statistischen Korrelationsanalyse unterzogen.

Aus der Analogie zur Rohrströmung wurde als Näherung eine Exponentialgleichung mit 11 Variablen, die vermutlich einen Einfluß auf die Wärmeabfuhr haben konnten, angesetzt. Sie wurde durch Logarithmierung linearisiert und hierfür die Regressionskoeffizienten bestimmt. Aus der Inversion der homogenen Matrix konnten gleichzeitig alle partiellen Korrelationskoeffizienten auf einfache Weise gebildet werden. Mit  $t$ - und  $F$ -Test wurden zufällige Korrelationen und Regressionskoeffizienten eliminiert. Es blieb eine einfache Formel mit 5 signifikanten Unabhängigen, die jedoch teilweise untereinander und mit bereits eliminierten Variablen korreliert waren. Nach Untersuchung der physikalisch erklärbaren Abhängigkeiten wurden Modellgesetze des Zahlenkollektivs erkennbar, die den Anwendungsbereich der Näherung einschränken. Eine Häufigkeitsanalyse des konstanten Faktors bestätigte die Modellgesetze und führte zur Ausscheidung der nicht ins Kollektiv passenden Messungen. Die erneute, jetzt vielfach einfachere



Durchrechnung ergab eine endgültige Näherungsformel für die Wicklungs-  
übertemperatur bei außenbelüfteten kleinen und mittleren 4 poligen Dreh-  
strom-Asynchronmotoren, wobei die gerechneten Werte nur um bis  $\pm 10\%$   
der gemessenen Werte abwichen.

*P. LÄUCHLI (Zürich): Ausgleichsrechnung und Hypercircle.*

In den letzten zehn Jahren sind mehrere Arbeiten veröffentlicht worden,  
welche unter das Stichwort der „Methode des Hypercircle“ fallen. Es handelt  
sich in erster Linie darum, bei partiellen Differentialgleichungen der Physik,  
welche sich auf zwei duale Arten als Variationsprobleme formulieren lassen,  
beidseitige Abschätzungen für die zu minimalisierende Größe zu gewinnen.

Es soll nun gezeigt werden, wie man bei der Übertragung derselben  
Methode auf die Ausgleichsrechnung obere und untere Schranken für die  
Quadratsumme der Verbesserungen erhalten kann.

*W. EVERLING (Aachen): Formeln für die zeitlichen Momente quadra-  
tischer Regelungsflächen.*

Die Momente quadratischer Regelungsflächen werden berechnet als Son-  
derfall der Momente eines Produktes zweier Lösungen  $y_1, y_2$  einer linearen  
Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten. Die Ergebnisse er-  
scheinen als Bilinearformen der Anfangswerte mit Koeffizienten, die ratio-  
nal von den Koeffizienten der Differentialgleichung abhängen.

Der Gedanke, der *H. Bückner* zu einer Formel dieser Art für die Rege-  
lungsfläche selbst führte, wird dahin verallgemeinert, zu einer beliebigen  
symmetrischen Bilinearform der beiden Lösungen  $y_1, y_2$  und ihrer Ablei-  
tungen ein Integral derselben Gestalt zu suchen. Diese Aufgabe hat *R. Herschel*  
im Zusammenhang mit einer anderen Problemstellung behandelt.  
Aus Eigenschaften der *Bücknerschen* reduzierten Polynome ergibt sich ein  
Weg zur Bestimmung des Integrals, der das von *R. Herschel* aufgestellte  
umfangreiche Gleichungssystem umgeht.

*G. VON GORUP (Göttingen): Über die Tabulierung eines den Hankel-  
schen Funktionen verwandten Integrals.*

Für die durch ein Integral definierten Funktionen  $S_n(z)$  wurden neun-  
stellige Tabellen für rein imaginäre Werte von  $z$  und  $0 \leq n \leq 40$  mit der  
Göttinger G2 berechnet. Die Funktionen sind geschlossen als Summe von  
*Hankel*-Funktionen und Polynomen in  $1/z$  darstellbar, doch ist diese Dar-  
stellung nur für kleine Werte von  $n$  verwendbar. Mit Hilfe einer Rekur-  
sionsformel, die auch nur für kleine Werte von  $n$  gilt, einer asymptotischen  
Entwicklung für große Werte von  $n$  und numerischer Integration für das  
Zwischengebiet war eine numerische Berechnung möglich.

*L. BERG (Hochsch. f. Elektrotechn. Ilmenau): Asymptotische Entwicklung  
von Parameterintegralen.*

Die auf der Jahrestagung der GAMM 1956 in dem Vortrag „Asymptoti-  
sche Entwicklung einer Klasse von Integralen“ angegebene asymptotische  
Entwicklung einer speziellen Klasse von Mellin-Integralen [vgl. ZAMM 36,  
H. 7/8] läßt sich auf wesentlich allgemeinere Typen von Parameterintegra-  
len übertragen. Es werden Beispiele für solche Entwicklungen angeführt,  
die sich einem einheitlichen Prinzip unterordnen lassen. Das erste Glied  
dieser Entwicklungen wurde bereits in der Arbeit „Herleitung asymptoti-  
scher Ausdrücke für Integrale und Reihen“ [WISS. Z. HOCHSCH. IL-  
MENAU, 3, H. 1, 1957] hergeleitet. Insbesondere ergeben sich dabei asymp-  
totische Darstellungen der *Laplace*-Transformation für bisher noch nicht  
untersuchte Singularitätentypen der Originalfunktion.

**H. SCHECHER** (München): *Programmierungserleichterung für die PERM.*

Als Vorstufe für ein generelles Formelübersetzungsprogramm wurde für die PERM ein compilierendes Superprogramm (Compiler) gebaut, das die Bezeichnung SPH 1 trägt. Die Programmierung, für die durch das Programm SPH 1 erweiterte PERM ist wesentlich einfacher, da an Stelle von Adressen nur Größensymbole oder symbolische Befehlsnummern angegeben werden müssen. Vorhandene Bibliotheksprogramme können durch einfache Angabe ihrer Kennzeichnung benützt werden. Das vom Superprogramm aufgebaute Maschinenprogramm kann zur sofortigen Rechnung dienen, wird aber zur späteren Verwendung ausgedruckt.

**H. HERRMANN** (Braunschweig): *Programmierungstechnik für elektro-technische Analogie-Rechenmaschinen.*

Eine elektronische Analogie-Rechenmaschine ist mit linearen und nicht-linearen Recheneinheiten und mit einer Koeffizientenmatrix ausgestattet. Das Programmieren erfordert Herstellen eines Netzwerkes aus Recheneinheiten und Koeffizienten derart, daß an geeigneten Stellen des Netzwerkes die nach der Aufgabenstellung geforderten Funktionen in Form von Spannungen in Abhängigkeit von der Zeit entstehen und einer Anzeige- oder Registriereinrichtung (Oszillograph oder Bandschreiber) zugeleitet werden können. Für das Programmieren ist es im Gegensatz zu Rechenverfahren mit Ziffernmaschinen nicht nötig, ein numerisches Lösungsverfahren zu kennen. Es gibt zwei wesentlich zu unterscheidende Programmierverfahren, Analogisieren mathematischer Zusammenhänge einerseits, unmittelbares Übertragen physikalischer Zusammenhänge andererseits. In einem einmal in der Maschine eingestellten Programm können Koeffizienten und Anfangswerte ohne Mühe verändert werden. Daher lassen sich Abhängigkeiten der Lösungen von Parametern besonders leicht mit repetierenden Analogie-Rechenmaschinen untersuchen.

**J. DE VOS** (Beckman Instruments GmbH, München): *Anwendung der Elektronischen Analog-Rechenmaschine auf nicht-lineare Regelprobleme 4. Ordnung.*

Das behandelte Beispiel zeigt die vielseitige Anwendung elektronischer Analogie-Rechner für Regelprobleme im allgemeinen und die Einfachheit, mit der das Problem in die Maschine übersetzt und von ihr behandelt wird. Das Regelsystem besteht aus der Regelstrecke mit 3 Verzögerungsgliedern entsprechend der Übertragungsfunktion  $F_1$  und einem PI-Regler entsprechend der Übertragungsfunktion  $F_2$

$$F_1 = 1/(1 + pT)^3; \quad F_2 = A/p + B$$

An Nicht-Linearitäten sind im Zweig des P-Reglers mechanische Begrenzungen eingeführt und außerdem ist die Übertragungsfunktion des P-Reglers durch eine Parabel 3. Grades dargestellt:

$$x_{ST} = ax_R^3 + bx_R$$

Die Übertragungsfunktionen  $F_1$ ,  $F_2$  und die zusätzlich angeführten Nicht-Linearitäten ergeben für die die Regelaufgabe beschreibende Funktion eine Differentialgleichung 4. Ordnung 3. Grades.

Es wird gezeigt, wie das Problem in die Analog-Maschine übersetzt wird und der Übergang zum Blockschaltbild der Rechenmaschine beschrieben. Gefragt ist die Dimensionierung des Reglers für einen gewünschten optimalen Regelverlauf. Sie erfolgt durch Ändern der Parameter  $A$ ,  $B$ ,  $a$ ,  $b$ ,

die durch Potentiometer dargestellt sind. So können die Parameter des Reglers während des Betriebs geändert werden und die gleichzeitig damit auftretende Änderung des Ergebnisses am Kathodenstrahloszillographen beobachtet werden. Es werden Oszillogramme gezeigt, die für verschiedene Parameter die Regelgrößen zeigen. Die Programmierungszeit, um das erwähnte Problem auf dem Rechenbrett des Analogrechners zu stecken, beträgt ca. 10 Minuten. Ein elektronischer Analog-Rechner „EASE“ (Beckman Instruments) mit 10 Operatorverstärkern, einem Funktionsgenerator und einigen Koeffizienten-Potentiometern findet Verwendung. Es wird noch darauf hingewiesen, daß durch einfache Änderung der Rechenimpedanzen des Analogrechners die Konstanten, die Reglerparameter und die Nicht-Linearitäten fast beliebig geändert werden können, ohne das Problem für die Rechenmaschine schwieriger zu gestalten. Außerdem ist die Wahl einer anderen Zeittransformation gut möglich, um z. B. im wahren Zeitmaßstab den Regelvorgang direkt nachbilden zu können.

**F. H. EFFERTZ** und **K. H. BREUER** (Math. Inst. d. TH Aachen): *Über ein Klassifikationsprinzip für die Frequenzcharakteristiken elektrischer Netzwerke und Parameterdarstellungen für die Stabilitätsgrenzflächen von Regelungssystemen.* (Vorgetr. von F. H. Effertz)

Das Frequenzverhalten eines  $2n$ -poligen elektrischen Netzwerkes wird bekanntlich durch eine  $n$ -reihige Funktionenmatrix des komplexen Frequenzparameters beschrieben. W. Cauer hat gezeigt, daß eine dieser Funktionenmatrix zugeordnete quadratische Form eine „positive Funktion“ ist, d. h. erstens in der offenen rechten Halbebene regulär ist, zweitens dort positiven Realteil besitzt und drittens auf der reellen Achse nur reelle Werte annimmt. Y. Oono, M. Bayard, V. Belevitch und B. D. H. Tellegen haben gezeigt, daß auch umgekehrt eine Funktionenmatrix, deren zugeordnete quadratische Form eine positive Funktion ist, als charakteristische Matrix eines elektrischen Netzwerkes realisiert werden kann. Es wurde ein Algorithmus für positive Funktionen hergeleitet, der zu einer Einteilung dieser Funktionen und damit auch der Funktionenmatrizen elektrischer Netzwerke in drei Klassen führt. Ein Sonderfall des Algorithmus entspricht dem bekannten Landau-Schurschen Algorithmus für die im Einheitskreis beschränkten Potenzreihen. Andere Sonderfälle führen zu den Algorithmen von R. Bott—R. J. Duffin [J. APPL. PHYS. 1949] und P. I. Richards [DUKE MATH. J. 1947]. Parameterstellungen für zwei der drei auftretenden Klassen von Frequenzcharakteristiken wurden angegeben und ein neues Verfahren zur Netzwerksynthese dieser Klassen beschrieben. Eine Parameterdarstellung für eine der betrachteten Klassen führt zu den Variabilitätsbereichen der Koeffizienten von Hurwitz-Polynomen. Parameterdarstellungen für die mit Linien gleicher Schwingfrequenz überzogenen Stabilitätsgrenzhypersflächen von Regelungssystemen beliebiger Ordnung wurden mitgeteilt. Für den Sonderfall von Systemen vierter Ordnung erhält man die Ergebnisse von K. Schmidt [Arch. Elektrotechn. 1943] und für den Sonderfall von Systemen fünfter Ordnung gleichwertige Ergebnisse wie V. P. Nikitin—V. K. Turkin—N. P. Kunickij [DOKL. AKAD. NAUK SSSR II 1947] und H. A. Hogan—Th. J. Higgins [PROC. NAT. ELECT. CONF. Chicago 1955].

**V. LOVASS-NAGY** (TH Budapest): *Über einige Anwendungen der Hypermatrizen in der Elektrotechnik.*

Bei der mathematischen Untersuchung von elektrischen Mehrphasensystemen sind neuerlich öfters matrixentheoretische Hilfsmittel verwendet worden. Es scheint aber bis jetzt nicht bemerkt worden zu sein, daß bei Mehrphasensystemen mit zyklischer Symmetrie immer solche Matrizen vorkommen, die sich als aus zyklischen Blöcken aufgebaute Hypermatrizen



auffassen lassen. Verfasser entwickelt eine Methode zur „semikanonischen Darstellung“ von solchen Hypermatrizen, die sich als besonders geeignet zur Berechnung von elektrischen Mehrphasensystemen erweist. Bei dieser „semikanonischen Darstellung“ erscheint die aus zyklischen Blöcken bestehende Hypermatrix  $[A_{ij}]$  als eine Summe, deren Glieder direkte Produkte von Eigenwertmatrizen  $[\lambda_{ij,\nu}]$  und der entsprechenden Eigendyaden  $u_{\nu} u_{\nu}^*$  sind:

$$[A_{ji}] = (1/m) \sum_{\nu=0}^{m-1} [\lambda_{ij,\nu}] \times u_{\nu} u_{\nu}^*; \quad A_{ij} = C(a_{ij,0}, a_{ij,1}, \dots, a_{ij,m-1}).$$

Daraus folgt, daß eine beliebige analytische Funktion  $f[A_{ij}]$  der Hypermatrix  $[A_{ij}]$  können wir in folgender Form zu gewinnen:

$$f[A_{ij}] = (1/m) \sum_{\nu=0}^{m-1} f\{\lambda_{ji,\nu}\} \times u_{\nu} u_{\nu}^*.$$

In speziellem Falle von Dreiphasensystemen erweist sich diese Darstellung identisch mit der „Methode der symmetrischen Komponenten“. Beliebige Schaltungen von Mehrphasensystemen lassen sich mit Hilfe von Matrizen auf eine „Grundschaltung“ in folgendem Sinne zurückführen: Die zu einer beliebigen Schaltung gehörende Matrix läßt sich auf der Matrix der „Grundschaltung“ durch Ähnlichkeitstransformation gewinnen, wobei die transformierende Matrix durch die vorgeschriebene Schaltung eindeutig bestimmt ist.

**G. SCHUMPICH (TH Hannover):** Zur Herleitung von Übertragungsmatrizen des Reproduktionsverfahrens.

Es wird eine Methode zur Herleitung der Übertragungsmatrizen des Reproduktionsverfahrens vorgeschlagen, bei der man von einem System von  $n$  linearen homogenen Differentialgleichungen 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten ausgeht. Dabei hat man die Vorteile, daß man sich von vornherein des Matrizenkalküls bedienen kann, und daß darüber hinaus die etwa notwendigen Grenzübergänge bei der Herleitung der Übertragungsmatrizen für Sonderfälle praktisch schon an der Koeffizientenmatrix des Differentialgleichungssystems durchgeführt werden können.

[Ausf. Darst. in „Österr. Ingenieur-Archiv“.]

**E. EGERVÁRY (Budapest):** Über einige neuere Anwendungen von Matrizen und Hypermatrizen in Physik und Technik.

Die bei der Berechnung von Hängebrücken sich neuerlich geltend machende finitisierende Tendenz (Ersetzung der Derivierten durch Differenzenquotienten, der stetig verteilten Last durch Knotenlasten) kann bei Kettenbrücken konsequent durchgeführt werden, wenn man die *Clapeyronschen* Gleichungen verwendet. Zur Lösung der auf diese Weise sich ergebenden Matrizengleichung hat man nur zentrosymmetrische Kontinuanten zu invertieren, was bekanntlich eine einfache, praktisch leicht ausführbare Rechenaufgabe ist.

Besitzt ein System eine vom geometrischen oder anderen Standpunkten aus regelmäßige Struktur, so offenbart sich diese Eigenschaft im Falle einer linearen Aufgabe darin, daß die Gleichungsmatrix sich in Blöcke zerlegen läßt, welche vertauschbar sind. Verf. hat für die Berechnung der Determinanten, der Inversen und für die Spektralzerlegung solcher Hypermatrizen einen ädaquaten Algorithmus entwickelt, welcher von ihm und seinen Mitarbeitern bei der Untersuchung von Kristallgittern, Raumfachwerken mit zyklischer Symmetrie und elektromagnetischen Mehrphasensystemen mit Erfolg verwendet werden konnte.

T. HÄVIE (Inst. f. Atomenergi, Lilleström): Über die Gibbs-Duhem'sche Gleichung.

Die Gibbs-Duhemsche Gleichung, kombiniert mit der Gleichung von Clausius-Clapeyron und dem Daltonschen Gesetz, ergibt

$$[x/y - (1-x)/(1-y)] \, dy/dx = L/RL^2 \cdot dT/dx \equiv -\varphi(x) \quad (0 \leq x \leq 1)$$

mit den beiden Randbedingungen  $x=0, y=0$  und  $x=1, y=1$ . Also müssen zwei Bedingungen erfüllt sein, trotzdem die Gl. von erster Ordnung ist [Chem. Ing. Techn., 28, 398, 1956].  $\varphi(x)$  ist eine experimentell bestimmte Funktion von  $x$ . Man kann sie auch schreiben:

$$dy/dx = y(1-y) \varphi(x)/(y-x).$$

Die singulären Stellen der Gl. sind gegeben durch  $y-x=0$  und

$$y(1-y) \varphi(x) = 0,$$

d. h. die singulären Stellen sind auf die singuläre Linie  $y=x$ . Man bekommt als Lösungen die Punkte  $x=y=0,1,x_m$ , wo  $x_m$  die Wurzeln der Gleichung  $\varphi(x)=0$  für  $0 < x < 1$  sind. Die zwei ersten singulären Stellen 0,1 sind entweder Knoten- oder Sattelpunkten abhängig von  $\varphi(x)$ ,  $x_m$  kann aber auch ein Strudelpunkt sein. Dies ist aber aus physikalischen Gründen nicht möglich, man kann also eine Aussage über  $\varphi(x)$  machen. Weiter folgt daß  $y(x)$  eine Asymtote sein muß, um die beiden Randbedingungen zu erfüllen.

Durch Ableitung der Zähler und Nenner der Gl. bekommt man eine Gleichung, aus der  $dy/dx$  an den singulären Stellen berechnet werden kann.  $y(x)$  kann damit nach Runge-Kutta berechnet werden. Das Verfahren versagt nur, wenn  $dy/dx \approx 1$  in der Nähe einer singulären Stelle wird. Hier können wir aber durch den letzten Punkt, berechnet nach Runge-Kutta und die singuläre Stelle eine Parabel legen. Mit Hilfe dieser Parabel lassen sich so die gewünschten Zwischenpunkte berechnen.

### 3. Parallelsitzung: B. Mechanik

W. OLSZAK (Warschau) und J. MURZEWSKI (Krakau): Elasto-plastische Biegung von nichthomogenen orthotropen Kreisplatten.

In der Arbeit wird das Problem der kreissymmetrischen Biegung von nichthomogenen orthotropen Platten behandelt. Die elasto-plastischen Zustandsgleichungen werden für zwei verschiedene Fälle formuliert. Im ersten Fall werden die Inkompressibilität des Materials sowie die quadratische Plastizitätsbedingung vorausgesetzt, in der zweiten dagegen die Kontinuität der Spannungen an der elasto-plastischen Grenze sowie eine allgemein gefaßte Plastizitätsbedingung (darstellbar in Gestalt einer elliptischen, bzw. einer sechseckigen oder rechteckigen Fließfigur). Im weiteren Teil der Arbeit werden Lösungsverfahren der Grundgleichungen des elasto-plastischen Gleichgewichtes sowie die Berechnung der Grenztragfähigkeit der Platte angegeben. Die theoretischen Gedankengänge werden durch konkrete Zahlenbeispiele erläutert.

E. WEINEL (Inst. f. Angew. Math. u. Mech., Jena): Über die Schubverzerrung in Schalen.

Die Schubverzerrung in anisotropen Schalen kann in gleicher Weise erfaßt werden, wie das für Platten nach dem Vorgang von E. Reissner und

anderen Autoren geschehen ist. Diese Verallgemeinerung läßt sich in Tensorschreibweise einfach darstellen und durch Bezugnahme auf die Grundgleichungen des dreidimensionalen Kontinuums elastizitätstheoretisch begründen.

Die Auswirkungen der fünf unabhängigen Randbedingungen werden an einem speziellen Beispiel zahlenmäßig vorgeführt.

**R. STOJANOVITSCH** (Belgrad): *On the Dynamics of a Rigid Body in Riemannian Spaces.*

Identifying the *De Donder's* conditional equations for the motion of a rigid body in *Riemannian* spaces with the *Killing* equations for groups of motions, the study of the rigid motion in *Riemannian* spaces could be based on the study of the groups of motions. From that standpoint, the coefficients of inertia are obtained as quantities depending on the components of the infinitesimal transformation of the group of motions and the space of configurations of the body is obtained as a metricised group space. The differential equations for the motion of the body in the given field of forces are written as equations of motion of a representative particle in the space of configurations.

**M. HAMPL und J. VALENTA** (Prag): *Das Spannungsproblem für dicke offene Schalen.*

In dem Artikel: „Das Spannungsproblem der achsensymmetrisch belasteten dicken Kugelschale“ [DER STAHLBAU, 96—100, 1940] hatte *Hampl* eine Lösungsmethode angegeben, welche jetzt von den Autoren auf die dicke Halbzylinderschale (gleichförmiger Druck an der inneren kreisförmigen Begrenzung) angewendet wurde, womit auch den gegebenen Bedingungen an den geradlinigen Rändern des Querschnittes genügt werden kann.

**S. FALK** (TH Braunschweig): *Über das Reduktionsverfahren der Baustatik.*

Im Gegensatz zu den klassischen Eliminations(Kraft- bzw. Deformations-)methoden rechnet das Reduktionsverfahren mit Kraft und Deformationsgrößen gleichzeitig. Der Grad der statischen Unbestimmtheit wird dabei bedeutungslos, „Überzählige“ treten nicht auf. Wesentlich für den Grad  $r$  des zu lösenden linearen Gleichungssystems werden vielmehr die topologischen Eigenschaften des Tragwerkes und die den Verformungs- und Belastungszustand beschreibenden linearen Differentialgleichungssysteme (Biegen, Knicken, Schwingen, elastische Bettung usw.). Zum Beispiel ist für jedes beliebige ebene (räumliche) offene Rahmentragwerk der Grad  $r$  kleiner oder höchstens gleich drei (sechs), unabhängig von dessen Felderzahl und sonstiger Beschaffenheit. Das Verfahren ist exakt und besonders einfach für digitale Rechenautomaten programmierbar. Die Anzahl der erforderlichen Operationen läßt sich genau angeben; es zeigt sich, daß die Eliminationsmethoden nur in Sonderfällen konkurrenzfähig sind.

**E. MEWES** (Inst. f. Landtechn. Grundlagenforsch. d. Forschungsanst. f. Landwirtschaft Braunschweig): *Unausgeglichene Massenkräfte bei stark geschränkten Schubkurbelgetrieben.*

Der Verlauf der Massenkräfte in Schubkurbelgetrieben mit dem Kurbelumlaufwinkel wird i. a. zweckmäßig in *Fourier-Reihen* angegeben. Die *Fourier-Koeffizienten* sind durch unendliche Reihen festgelegt. Je nach den geometrischen Verhältnissen der Schubkurbelgetriebe (Schubstangenverhältnis = Kurbelradius  $r$ /Schubstangenlänge  $l$ , sowie der Schränkung) werden die Reihen bis zu verschiedenen Gliedern hin gebraucht. Dazu müs-



sen die Reihenangaben für die Koeffizienten beliebig weit ergänzbar sein. Hierfür wurden ausreichende Angaben, gültig für jede mögliche Schränkung, gemacht.

Die von den bewegten Massen der Getriebeteile herrührenden freien Kraftkomponenten und Momente wurden festgestellt, außerdem die Drehkräfte an der Kurbel infolge der Massenkräfte von Gleitstücken und Kurbeln. Nach einer demnächst in J. APPL. MECH. veröffentlichten Arbeit lassen sich die Ermittlungen vielfach in einfacherer Weise durchführen als in ING. ARCH. 1956, S. 291/298, angegeben.

Bei den durchschlagenden Getrieben (Kurbelradius + Schränkung = Schubstangenlänge) konvergieren die Reihen nicht mehr. Auch bei nahezu durchschlagenden Getrieben mit großen Schubstangenverhältnissen  $r/l$  wird eine schlechte Konvergenz festgestellt. Es werden dann endliche Formeln benutzt.

#### 4. Parallelsitzung C: Strömungslehre

B. DOLAPTSCHIEW und I. TSCHOBANOW (Univ. Sofia): Integrale der Bewegungsgleichungen der Flüssigkeit um eine Kármán'sche Wirbelstraße

Die bisherigen Untersuchungen über Kármán'sche Wirbelstraßen behandeln entweder das Stabilitätsproblem oder das Widerstandsproblem. Demgegenüber untersuchen die Verf. die Flüssigkeitsbewegungen, die sich entweder in großer Entfernung oder nahe bei einer Wirbelstraße einstellen. Zunächst werden nur die Integrale der Bewegungsgleichungen einer Flüssigkeitsteilchen erhalten, das nicht mit einem Wirbelzentrum zusammenfällt. Die Auswertung dieser Integrale und die physikalischen Schlußfolgerungen sind noch nicht abgeschlossen. Wenn auch ideale Flüssigkeit vorausgesetzt wird und man von der Physik der Wirbelentstehung absieht, kann man durchaus gewisse Vorgänge in den beiden Zonen deuten und die entsprechenden Mikro- oder Makroströmungen studieren.

Mathematisch führt man die Gleichungssysteme auf Riccati'sche Differentialgleichungen vom gleichen Typ zurück, sowohl bei schachbrettartiger als auch bei symmetrischen Wirbelanordnungen hinsichtlich aller drei möglichen Bezugssysteme. Diese Riccati'schen Gleichungen werden dann teils hydrodynamisch durch das komplexe Potential bei stationärer Strömung gelöst, teils durch die Christl-Halm'sche Seichengleichung (Gleichung für die Eigenschwingungen eines Sees).

O. WEHRMANN (Dt. Versuchsanst. f. Luftf. Berlin): Hitzdrahtmessungen in einer aufgespaltenen Kármán'schen Wirbelstraße.

Zur Interpretation von Hitzdrahtsignalen, die von Wirbeln herrühren, wird die hinter einem Zylinder durch eine Trennwand aufgespaltene Kármán'sche Wirbelstraße verwendet. Zum Verständnis der Signale wird ein einfaches kinematisches Modell eines Wirbels mit der Oseen-Hamel-Geschwindigkeitsverteilung benutzt. Hierdurch lassen sich für die Signalfolge drei Kriterien aufstellen, mit deren Hilfe es möglich wird, zu entscheiden, ob die in einem Strömungsfeld aufgefaßten Geschwindigkeitsschwankungen einer wellenförmigen Strömung gemäß der Tollmien-Schlichting-Theorie oder einer Konzentration von Wirbelstärke im Sinne diskreter realer Wirbel entsprechen. Durch die Auswertung der Hitzdrahtsignale läßt sich die Verteilung der mittleren Geschwindigkeit an der Trennwand und die Geschwindigkeitsverteilung eines einzelnen Wirbels

angeben. Außerdem kann gezeigt werden, daß die Gleichung von Oseen-Hamel den zeitlichen Gang der Meßwerte längs der Trennwand richtig wiedergibt. Die Wirbelstärke  $\Gamma$  kann erstmalig angegeben werden. Für den Abstand der Wirbelzentren voneinander wurde der doppelte Wert der zweireihigen Kármánschen Wirbelstraße gefunden.

[Wurde im DVL-Bericht Nr. 43 veröff.]

A. TIMME (Dt. Versuchsanst. f. Luftfahrt, Berlin): *Mathematische Analyse und physikalische Interpretation von Hitzdrahtsignalen einer Wirbelstraße.*

Will man wie in dem von O. Wehrmann berichteten Beispiel einer gespaltenen Kármánschen Wirbelstraße aus den Hitzdrahtsignalen zu physikalischen Aussagen gelangen, so bedarf es dazu einer geeigneten Modellvorstellung. Insbesondere deshalb, weil die Hitzdrahttechnik zur Zeit wohl die Messung des Betrages, nicht aber der Richtung der Geschwindigkeit gestattet. Da weiterhin bei diesen Untersuchungen gerade die Eigenschaften des realen Wirbels interessierten, konnte die Berechnung der Potentialströmung allein nicht genügen. Es wurde daher die Näherungslösung nach S. G. Hooker [PROC. ROY. SOC. A 154 (1936)] verwendet, nach der für den untersuchten Wirbelbereich die von Hamel und Oseen angegebene Lösung der Navier-Stokes-Gleichung für den Einzelwirbel eingesetzt wird, alle anderen Wirbel der Straße jedoch durch Potentialwirbel ersetzt werden. Mit dieser Näherung und entsprechender Berücksichtigung der Meßmethode des Hitzdrahtes — zeitlicher Mittelwert  $\bar{c}$  und die Schwankungen  $c'$  um den Mittelwert — erhält man bis auf einen wandnahen Bereich eine gute Übereinstimmung des berechneten und gemessenen Geschwindigkeitsverlaufes. Die Auswertung dieser Kurven ermöglicht nicht nur die Berechnung der Wirbelstärke, sondern darüber hinaus bei Anwendung des Verfahrens in zwei verschiedenen Abständen vom Zylinder die Bestimmung der wirklichen kinematischen Zähigkeit  $\nu$ , das Lebensalter der Wirbel und ihren theoretischen Ursprungsort. Zulässig ist das Verfahren jedoch nur in einem Reynolds-Bereich ( $\sim 40$  bis  $170$ ), in dem die Wirbel identische Eigenschaften besitzen.

ST. DROBOT (Breslau): *Ein Variationsprinzip der Hydromechanik.*

Es wird ein Variationsprinzip formuliert, dessen Euler-Lagrangesche Gleichungen nicht nur stationäre Bewegungen der idealen kompressiblen Flüssigkeit beschreiben. Die Wirkungsfunktion kann dabei allgemeiner als üblich angenommen werden; die Variationen der verallgemeinerten Koordinaten werden auf geeignete Weise definiert.

H. REICHARDT (Göttingen): *Über das Widerstandsgesetz der geradlinigen turbulenten Couette-Strömung.*

(Kein Manuskript eingegangen.)

T. Y. LI (Rensselaer Polytechn. Inst. Troy, N. Y.): *An Inverse Problem in Hypersonic Viscous Flow.*

This report deals with an inverse problem in hypersonic viscous flow. The problem of determining the body shape associated with a prescribed pressure field. Tangent-wedge approximation is used to provide an explicit relation between the pressure inside the boundary layer and the local effective body inclination. Momentum integral method is used in the analysis of the boundary layer growth. For a prescribed pressure field an iterative scheme is devised to compute the necessary body shape.



A. SLIBAR u. P. R. PASLAY (Wien, II. Inst. f. Mech. d. TH Wien; Gen. Electr. Co. Schenectady): *Über die Strömung von Bingham Plastiken.* (Vorgetr. von A. Slibar)

E. C. Bingham [McGraw Hill, N.Y., 1922] hat ein Verformungsgesetz angegeben, welches für die Beschreibung der stationären eindimensionalen Strömung einer großen Gruppe technisch wichtiger Stoffe geeignet ist. H. Hencky [ZAMM 5, 1925], K. Hohenemser u. W. Prager [ZAMM, 1932] haben dieses Verformungskriterium für die dreidimensionale Strömung solcher Stoffe erweitert und J. G. Oldroyd [PROC. CAMBR. PHIL. SOC. 43, 1947; 44, 1948] hat verschiedene allgemeine Betrachtungen der charakteristischen Erscheinungen bei solchen Stoffen durchgeführt. Von P. R. Paslay und A. Slibar [OEST. ING. ARCH., 10, 1956] wurden mit Anwendung des dreidimensionalen Verformungsgesetzes verschiedene technisch wichtige Strömungsvorgänge behandelt.

Am typischen Beispiel der Axialströmung eines solchen plastoviskosen Stoffes wird die Strömung von Bohrschlamm zwischen Bohrrohr und Gestänge untersucht.

Es zeigt sich, daß (1) für den Eintritt der Strömung einer Plastik unter Einwirkung eines axialen Druckgefälles ein dimensionsloser kritischer Wert des Druckgradienten überschritten werden muß und (2) bei der ausgebildeten stationären Strömung sich ein, die Rohrachse konzentrisch umschließender zylindrischer Kern ausbildet, innerhalb dessen sich das Bohrmedium wie ein starrer Körper axial verschiebt.

E. MARTENSEN (Göttingen): *Praktisches Verfahren zur Berechnung der Druckverteilung an stark gewölbten dünnen Gitterprofilen.*

Es wird die bekannte Integralgleichung zugrundegelegt, die man durch Anbringen einer Zirkulationsverteilung auf die Profilkontur erhält. Durch den von der Theorie des Einzelprofils her bekannten Betzschen Wurzelansatz wird das Problem auf die Auflösung linearer Gleichungssysteme zurückgeführt. Mit diesem Verfahren können auch stark gewölbte Gitterprofile behandelt werden. Es werden spezielle Beispiele besprochen, die mit den Göttinger elektronischen Rechenmaschinen G1 und G2 gerechnet wurden.

J. R. WESKE (Univ. of Maryland): *Zur Turbulenzentstehung.*  
(Kein Manuskript eingegangen)